Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo da Eficiência da Derivada Numérica no Método de Newton para Raízes de Funções

Abner Vinícius de Lucena Sousa[1]
Quezia Emanuelly de Oliveira Souza [2]
Ivan Mezzomo[3]
Matheus da Silva Menezes[4]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN
Stefeson Bezerra de Melo[5]
Departamento de Ciências Exatas, Tecnológicas e Humanas, UFERSA, Campus Angicos, RN

1 Referencial Teórico

Utilizando a derivada numérica por diferenças finitas no método de Newton para o cálculo de raízes de funções, o objetivo deste trabalho é verificar a influência dos valores de h da derivada numérica no Método de Newton para o cálculo de raízes de funções.

O método de Newton é um dos mais conhecidos e utilizados no cálculo de raízes de funções. Dada uma aproximação inicial x_i da raiz, a equação do método é dada por $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ [1]. No entanto, a necessidade do cálculo da derivada aumenta o custo computacional do método e, uma forma de contornar esse problema seria a utilização da derivada numérica por diferenças finitas.

A técnica de diferenças finitas aproxima a derivada de uma função através de fórmulas discretas. Partindo da definição de derivada através do limite $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ e tomando $h \neq 0$ suficientemente pequeno, é esperada uma boa aproximação para $f'(x)$. Dessa forma, a diferença finita progressiva $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, é uma aproximação da derivada de $f(x)$ [2].

2 Resultados e Discussões

Iremos analisar a influência da escolha do h para o cálculo de raízes de funções. Para tal, fixamos um valor de h, variamos a precisão e analisamos o número de iterações necessárias tendo como critério de parada $|x_{i+1} - x_i| < \varepsilon$. Utilizamos nos experimentos a linguagem de programação C, variando as precisões de $\varepsilon = 10^{-1}$ a $\varepsilon = 10^{-8}$ para valores de h entre 10^{-2} a 10^{-8}. As funções analisadas possuem as seguintes características:
Função 1: $f(x) = x^5 + 6x^4 - 436x^3 + 3366x^2 - 4941x - 8748$, possui raízes 9 (raiz analisada), -27, 4 e -1, com $x_0 = 7$;

[1]sousa.abner@hotmail.com
[2]quezia.emanuelly99@gmail.com
[3]imezzomo@ufersa.edu.br
[4]matheus@ufersa.edu.br
[5]stefeson@ufersa.edu.br

Função 2: $f(x) = x^2e^{2x} - 4xe^{2x} - 21e^{2x}$, possui raízes 7 e -3 (raiz analisada), com $x_0 = 0$;
Função 3: $f(x) = x^6 + 31x^5 + 328x^4 + 1422x^3 + 2241x^2 - 621x - 3402$, possui raízes -3 (raiz analisada), 1, -9 e -14, com $x_0 = -5$;
Função 4: $f(x) = x^5 + 2x^4 - 48x^3 + 126x^2 - 81x$, possui raízes 3 (raiz analisada), -9, 1 e 0, com $x_0 = 5$.

Os resultados obtidos estão expostos nas figuras a seguir:

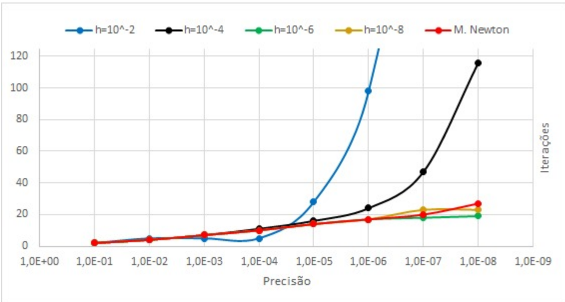

Figura 1: Função 1 ($\varepsilon \times$ iteração)

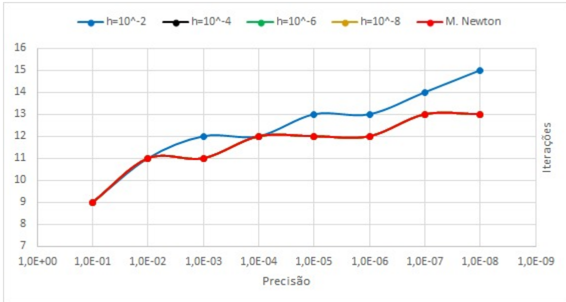

Figura 2: Função 2 ($\varepsilon \times$ iteração)

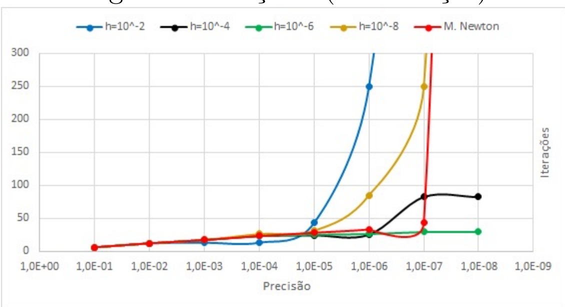

Figura 3: Função 3 ($\varepsilon \times$ iteração)

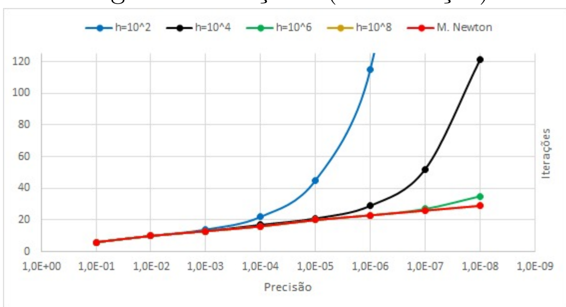

Figura 4: Função 4 ($\varepsilon \times$ iteração)

Analisando os gráficos acima, notamos que a curva $h = 10^{-6}$ apresentou bom desempenho pois fica sobreposta a curva do método de Newton, chegando a ser mais eficiente que o método de Newton na Função 1, a partir da precisão $\varepsilon = 10^{-7}$ e na Função 3, a partir da precisão $\varepsilon = 10^{-5}$. Ainda nas Funções 1 e 3, notamos que para as precisões $\varepsilon = 10^{-3}$ e $\varepsilon = 10^{-4}$, o $h = 10^{-2}$ se mostrou mais eficiente que os demais, inclusive em relação ao método de Newton, o que não ocorre nas demais funções. Apesar de, nas Funções 1, 2 e 4, a curva do $h = 10^{-8}$ também ter apresentado um bom desempenho, na Função 3, a partir da precisão de $\varepsilon = 10^{-7}$, a curva não apresentou um desempenho satisfatório. Dessa forma, concluímos que $h = 10^{-6}$ foi o mais eficiente para as funções estudadas, pois foi a curva que melhor se ajustou a curva do método de Newton.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da UFERSA e do CNPq na execução deste trabalho.

Referências

[1] S. C. Chapra and R. P. Canale. *Metodos Numéricos para Engenharia, 5a edição*. Bookman, São Paulo, 2011.

[2] G. Smith. *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*. Oxford University Press, New York, 1999.