Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Derivadas Deformadas e Algumas Aplicações

W. Rosa[1]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ-IM/DTL Av. Governador Roberto Silveira s/n- Nova Iguaçú, Rio de Janeiro, Brasil, 695014.
A. P . C. Leopoldino[2]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ-IM/DTL Av. Governador Roberto Silveira s/n- Nova Iguaçú, Rio de Janeiro, Brasil, 695014.
J. Weberszpil[3]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ-IM/DTL Av. Governador Roberto Silveira s/n- Nova Iguaçú, Rio de Janeiro, Brasil, 695014.

1 Resumo

Nas últimas décadas, diversos formalismos foram usados para descrever sistemas complexos. Dentre os quais, podem ser citados o cálculo fracionário (CF) e as derivadas deformadas (DD). Ambos mostraram resultados positivos na modelagem de sistemas complexos [4,5]. No entanto, o CF é definido a partir de operadores não locais e portanto, não satisfaz algumas propriedades das derivadas usuais; como por exemplo a regra do produto e a regra da cadeia. As DD são operadores locais. Se apresentam como um pré-fator multiplicado por uma derivada usual. Este pre-fator depende da variável independente e de um parâmetro de deformação. Dentre as derivadas deformadas, temos a q-derivada (q-D), no contexto da mecânica estatística de Tsallis e a derivada conforme (DC), definida por Khalil [2]. Recentemente, foi mostrado que tanto a q-D quanto a DD estão interconectadas [4]. A base dessa conexão surge de um mapeamento de um meio fractal para um continuo euclidiano [1], porém mantendo a métrica fractal. Na ref. [5], foi sugerida uma definição de derivada conforme geral, uma generalização do conceito de derivadas deformadas; como segue:

$$D^p_\Psi = \Psi(x,p)\frac{df(x)}{dx}. \tag{1}$$

Com $\Psi(x,1) = 1$ e $\Psi(x,p) \neq \Psi(x,q)$ se $p \neq q$.

No referido artigo, a equação (1) foi tratada apenas como uma generalização da derivada conforme. Aqui, propomos que esta definição descreve uma classe mais ampla de

---

[1]Wandersonfisica@outlook.com
[2]andressapcl@ufrrj.br
[3]josewebe@gmail.com

derivadas deformadas, sendo a DC e a q-D casos particulares da mesma. Por este motivo, a nomeamos como derivada deformada geral (DDG).

Na ref. [3], forão deduzidas as equações de Euler-Lagrange (EEL) geradas a partir de lagrangianas deformadas, com segue:

$$L(x, y, D_x^\alpha), \tag{2}$$

para a DD e

$$L(x, y, D_x^q), \tag{3}$$

para a q-D.

As EEL são geradas a partir das opções de abordagens variacionais a seguir:

Opção 1 (OP1): Integral deformada, variação δ usual, derivadas deformadas embebidas na lagrangiana.

Opção 2 (OP2): Integral deformada, variação δ deformada, derivadas deformadas embebidas na lagrangiana.

Opção 3 (OP3): Integral usual, variação δ usual, derivadas deformadas embebidas na lagrangiana.

As abordagens acima foram aplicadas tanto para a DC quanto para a q-D. Na mesma referência, foi mostrado que as EEL deduzidas pela abordagem da OP1 e pela abordagem da OP2 são idênticas. Nesta contribuição, através de lagrangiana embebidas com DDG e utilizando-se das opções de abordagens variacionais acima, serão apresentadas EEL gerais. Também será discutido o problema de um oscilador harmônico deformado geral, a partir da abordagem da OP1, bem como obtidas as suas soluções, tanto com q-D como com DC.

Keywords. Derivadas Deformadas, Derivada Deformada Geral, Abordagens Variacionais Deformadas, Equações Diferenciais Deformadas

Referências

[1] A. S. Balankin, B. E. Elizarraraz. Map of fluid flow in fractal porous medium into fractal continuum flow, *Physical Review E*, 85:056314, 2012.

[2] R. Khalil, , M. Al Horani, A. Yousef and M. Sababheh. A new definition of fractional derivative. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 264: 65-70, 2014.

[3] J. Weberszpil and J. A. Helayël-Neto. Variational Approach and Deformed Derivatives, *Physica A:Statistical Mechanics and its Applications*, 450:217-227, 2016. DOI: 10.1016/j.physa.2015.12.145.

[4] J. Weberszpil, M. j. Lazo and J. A. Helayël-Neto. On a connection between a class of q-deformed algebras and the Hausdorff derivative in a medium with fractal metric, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 436: 399-404, 2015.

[5] D. Zhao and M. Luo. General conformable fractional derivative and its physical interpretation, *Calcolo*, 54: 903-917, 2017. DOI 10.1007/s10092-017-0213-8.

