

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

# Indexação Musical via Espectro de Grafos

Leonardo Dalla Costa Cruzato <sup>1</sup>

UTFPR

João Luis Gonçalves <sup>2</sup>

DAMAT - UTFPR

## 1 Introdução

O objetivo desta pesquisa consiste em representar e indexar músicas através da teoria de grafos, particularmente, usando o espectro das matrizes associadas ao grafo. A música é lida e interpretada principalmente através de partituras, porém a linguagem é complicada e demanda certa experiência para a leitura, além de tornar difícil comparar diferentes músicas.

Os grafos, em geral, facilitam a visualização dos objetos que representam e permitem uma análise matemática desses objetos. Esse estudo é inspirado no artigo intitulado "A generalized graph-spectral approach to melodic modeling and retrieval" de Alberto Pinto e Paolo Tagliolato, [2], mas também baseia-se nos artigos "Uma notação musical para a representação de progressões harmônicas utilizando grafos" [3] e "Generalized Interval System and Its Applications" [1].

## 2 Representação usando em grafo

Na teoria de grafos, temos que os vértices - elementos de um conjunto  $S$  - estão conectados através de arestas, denotadas por pares ordenados de vértices e cujo conjunto denotamos por  $A$ . Assim, um grafo fica determinado pelos conjuntos de vértices e arestas.

Neste trabalho, representaremos músicas usando grafos, e os vértices destes serão as notas musicais, ou seja,  $S$  sempre será um conjunto de notas musicais. As arestas orientadas representam as sequências das notas na música, ou seja, como elas estão conectadas a fim de formarem a melodia.

Desconsideraremos as diferentes oitavas e portanto  $S$  terá um total de 12 notas musicais, mais especificamente  $S = \{a, a\#, b, c, c\#, d, d\#, e, f, f\#, g, g\#\}$ . Temos que  $S$  pode ser também representado por  $\mathbb{Z}_{12}$ .

Para exemplificar, consideramos a sequência melódica representada pela Figura 1, que neste caso é a escala maior pentatônica em dó,  $c$ , que possui cinco notas,  $c, d, e, g$  e  $a$  e

---

<sup>1</sup>leonardo.cruzato46@gmail.com

<sup>2</sup>jlgoncalves@utfpr.edu.br

sua representação em forma de grafo é apresentada na Figura 2. Note que a sequência das notas na melodia é determinada pelo conjunto de arestas:  $([c, d], [d, e], [e, g], [g, a], [a, c])$ .



Figura 1: Escala Pentatônica

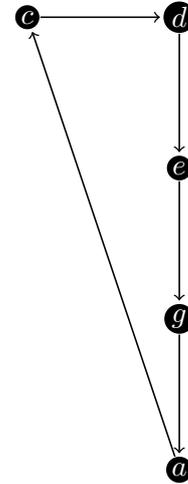


Figura 2: Grafo da escala Petatônica

Para caracterizarmos um grafo e conseqüentemente a música associada a ele, utilizaremos o conjunto de autovalores da matriz Laplaciana do grafo, isto é, o espectro dessa matriz.

A matriz de Laplaciana  $L$  de um grafo  $G$ , é a diferença entre a matriz de graus dos vértices,  $D$ , e a matriz de adjacência,  $A$ , isto é,

$$L = D - A.$$

Existem grafos distintos que têm o mesmo espectro e isso pode prejudicar a caracterização que estudamos. Para contornar essa dificuldade, consideraremos o uso de um sistema generalizado de intervalos ( $GIS$ ), como o apresentado em [1].

Estamos trabalhando na implementação, eficiente, desses métodos e sua aplicação a indexação de um conjunto de músicas.

## Referências

- [1] S. Minseon. Generalized Interval System and Its Applications. Whitman College, 2014.
- [2] A. Pinto, e P. Tagliolato. A Generalized Graph-Spectral Approach to Melodic Modeling and Retrieval, A generalized graph-spectral approach to melodic modeling and retrieval. *Multimedia Information Retrieval*, 89-96, 2008.
- [3] A. A. Queiroz. Uma notação musical para a representação de progressões harmônicas utilizando grafos. *Música Hodie*, Unicamp, Vol. 9, Número 1, p.31-51, 2009.