Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Matrizes para Partições com Partes Congruentes a $\pm 1\ (mod\ 5)$

Adriana Wagner [1]
Curso de Matemática, UFMS/CPAQ, Mato Grosso do Sul, MS
Suellen da Silva Paniago [2]
Curso de Matemática, UFMS/CPAQ, Mato Grosso do Sul, MS

1 Introdução

Em [1] encontramos uma nova forma de representar tipos de partições fazendo uso de matrizes de duas linhas. Realizaremos esse tipo de representação para partições cujas partes são congruentes a $\pm 1\ (mod\ 5)$. Conseguiremos, a partir das entradas da segunda linha dessas matrizes, definirmos somas, e organizando esses resultados em uma tabela, encontramos algumas relações. Os resultados aqui apresentados fazem parte do estudo do projeto de Iniciação Científica "Teoria de Números e Combinatória"tendo como base [2].

2 Matrizes para Partições com Partes Congruentes a $\pm 1\ (mod\ 5)$

A 1° Identidade de Rogers-Ramanujam nos diz que o número de partições de n em partes 2-distintas é igual ao número de partições em partes congruentes a $\pm 1\ (mod\ 5)$. Assim, temos o resultado abaixo.

Teorema 2.1. *O número de partições de n em partes congruentes a $\pm 1\ (mod\ 5)$ é igual ao número de matrizes de duas linhas*

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_{s-1} & c_s \\ d_1 & d_2 & \dots & d_{s-1} & d_s \end{pmatrix} \tag{1}$$

sendo as entradas inteiras não negativas, somando n e satisfazendo:

$$c_s = c_{s-1} = 0, \ se\ s \geq 2\ e\ c_s = 0\ se\ s = 1; \tag{2}$$

$$c_{2i-1} = 5 \cdot d_{2i+1} + 5 \cdot d_{2i+3} + \cdots\ ;\ c_{2i} = 5 \cdot \frac{d_{2i+2}}{4} + 5 \cdot \frac{d_{2i+4}}{4} + \cdots\ ; \tag{3}$$

$$4 \mid d_t, \ se\ t\ é\ par. \tag{4}$$

Exemplo 2.1. *Dada a partição $(14, 14, 11, 11, 11, 6, 6, 6, 1, 1, 1, 1)$ de 83, temos que sua matriz associada, pelo Teorema 2.1, é dada por*

$$\begin{pmatrix} 30 & 10 & 15 & 10 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 3 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

[1] adriana.wagner@ufms.br
[2] suellensilva8@hotmail.com

2.1 Tabela Referente a Representação Matricial

Do Teorema 2.1 classificamos as partições de n em partes congruentes a ± 1 $(mod\ 5)$ conforme a soma das entradas d_t, para t ímpar e $d_t/4$ para t par, da matriz associada. Na tabela abaixo, a entrada na linha n e coluna $n-k$ é o número de vezes que k aparece como resultado de tais somas.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1	1																													
2	1	0																												
3	1	0	0																											
4	1	0	0	1																										
5	1	0	0	1	0																									
6	1	0	0	1	0	1																								
7	1	0	0	1	0	1	0																							
8	1	0	0	1	0	1	1	0																						
9	1	0	0	1	0	1	1	0	1																					
10	1	0	0	1	0	1	1	0	2	0																				
11	1	0	0	1	0	1	1	0	2	0	1																			
12	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	0																		
13	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	1	0																	
14	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	0	1																
15	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	0	3	0															
16	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	0	1														
17	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	1	2	0													
18	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	3	2	0												
19	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	3	4	0	1											
20	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	0	4	0										
21	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	1	6	0	1									
22	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	7	2	3	0								
23	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	7	4	4	2	0							
24	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	5	6	0	1						
25	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	6	8	0	5	0					
26	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	7	9	2	9	0	1				
27	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	7	9	4	11	3	3	0			
28	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	7	10	5	12	7	5	3	0		
29	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	7	10	5	13	9	6	9	0	1	
30	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	2	2	1	4	2	4	5	2	8	5	7	10	5	14	10	9	14	0	6	0

Figura 1: Caracterização pelo Teorema 2.1

3 Resultados

Para entendermos os dados da Tabela vamos considerar a definição a seguir, e com a observação dos dados, encontramos resultados dos quais apresentamos alguns.

Definição 3.1. *Para todo $k \geq 1$, consideramos $p_{\pm 1(5)}(n,k)$ o número de partições de n em k partes congruentes a ± 1 $(mod\ 5)$.*

Teorema 3.1. *Para todo n temos que:*

(a) $p_{\pm 1(5)}(10n+1,3) - p_{\pm 1(5)}(10n-4,3) = n$;

b) $p_{\pm 1(5)}(10n+6,3) - p_{\pm 1(5)}(10n+1,3) = n+1$.

Corolário 3.1. *Para todo n, sendo T_n o n-ésimo número triangular, temos*

(a) $p_{\pm 1(5)}(10n+1,3) = T_n$;

(b) $p_{\pm 1(5)}(10n+6,3) = T_n + T_{n+1}$.

Referências

[1] J. P. O. Santos, P. Mondek, and A. C. Ribeiro. New two-line arrays representing partitions, *Annals of Combinatorics.*, 2011. DOI: 10.1007/s00026-011-0099-0.

[2] A. Wagner, Novos resultados na teoria de partições obtidos por meio da representação matricial, Tese de Doutorado em Matemática Aplicada, Unicamp, 2016.

