

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Comparativo entre os Métodos Numéricos ee Euler e Heun na Resolução de Equações Diferenciais de Primeira Ordem com Aplicação na Engenharia Química

Anne Karolyne Maia Vieira¹Matheus da Silva Menezes²Ivan Mezzomo³Stefeson B. M.⁴

Departamento de Ciências, Matemática e Estatística, UFERSA, Mossoró - RN

1 Introdução

Muitos problemas fundamentais da engenharia são dados em termos de variações espaciais e temporais, e definem mecanismos de variação [3] através de Equações Diferenciais. Processos químicos, fenômenos de transporte, e transferência de calor e massa são exemplos de tais fenômenos, presentes na engenharia química. A determinação de soluções para estes problemas é um grande desafio da ciência. Para esse fim, há vários métodos numéricos que são uma boa opção para se encontrar uma solução aproximada que se encaixe dentro de limites razoáveis, com o mínimo de erro possível [1].

O método de Euler utiliza a primeira derivada da função $y = f(x)$ em x_0 , obtendo uma estimativa direta da inclinação da solução neste ponto. Já o método de Heun, utiliza o cálculo de duas derivadas, uma no ponto inicial e outra no ponto final, onde a nova inclinação será dada pela média entre as duas derivadas.

Este estudo visa ilustrar a situação analítica e sua respectiva solução numérica, a partir de duas problemáticas diferentes com aplicação na engenharia química. Os métodos foram implementados computacionalmente no software Scilab, versão 6.0 em um computador com processador intel Core i5 com 4Gb de memória RAM e sistema operacional Windows 10.

Problema 1 [3] Um tanque contem inicialmente 300 galões de salmoura, com taxa de entrada de $3gal/min$, concentração de $2lb/gal$, e taxa de saída de $2gal/min$, acumulando no tanque a uma taxa de $1gal/min$. Logo em um tempo tem-se um volume de $(300 + t)$ galões e uma taxa de entrada do sal igual a $(3gal/min).(2lb/gal) = 6lb/min$. A concentração no fluxo de saída é $A(t)/(300 + t)$, em que $A(t)$ é a quantidade de sal no interior do tanque e a quantidade fluxo de saída de sal é $A(t)/(300 + t).(2lb/gal)$. Descrevendo a

¹karolyne.maia@gmail.com²matheus@ufersa.edu.br³imezzomo@ufersa.edu.br⁴stefeson@ufersa.edu.br

variação da quantidade de sal A em função do tempo t , tem-se:

$$\frac{dA}{dt} = 6 - \frac{2A}{300 + t}$$

Problema 2 [2] Um motor resfriado a ar gera calor com uma taxa constante. O ar no invólucro do motor circula rápido o suficiente para que sua temperatura seja considerada uniforme e igual à temperatura do ar de saída, com uma vazão de $6,00lb.mol/min$, entrando com uma temperatura de $65^\circ F$. Uma média de $0,200lb.mol$ de ar está contida no invólucro do motor. (Desprezaremos a variação desta quantidade com a mudança da temperatura do ar). Suponha que o motor é ligado com a temperatura do ar dentro do invólucro igual a $65^\circ F$. O calor é perdido do invólucro para as vizinhanças com uma taxa de:

$$\dot{Q}_{geracao} \frac{Btu}{min} = \left[33,0 \frac{Btu}{^\circ F.min} \right] (T - 65^\circ F)$$

Tabela 1: Resultados dos Experimentos

Problema 1						
Método	Euler			Heun		
h	Iter	$E_{AbsMedio}$	$E_{RelMedio}$	Iter	$E_{AbsMedio}$	$E_{RelMedio}$
10	41	6,8137	1,0969%	41	0,0621	0,0105%
1	401	0,64725	0,1091%	401	0,00006	0,0001%
Problema 2						
Método	Euler			Heun		
h	Iter	$E_{AbsMedio}$	$E_{RelMedio}$	Iter	$E_{AbsMedio}$	$E_{RelMedio}$
0,01	31	2,0646	1,4223%	31	0,8726	0,5692%
0,001	301	0,1918	0,1326%	301	0,0050	0,0035%
0,0001	3001	0,0192	0,0132%	3001	0,0002	0,0001%

Mediante apresentação dos resultados obtidos, vimos que o método de Heun apresentou um menor erro em relação ao método de Euler, sendo mais apropriado para resolução destes tipos de problemas. Além disto, obteve-se resultados importantes quanto a influência do tamanho de passo utilizado h , que quanto menor, para os dois métodos considerados, mais parecido se torna o comportamento da solução expressa pelos métodos de Euler e Heun com o comportamento obtido a partir do resultado analítico.

Referências

- [1] S. C. Chapra. *Métodos Numéricos Aplicados com MATLAB para Engenheiros e Cientistas*. 3 ed., Bookman, Porto Alegre, 2013.
- [2] R. M Felder; R. W. Rousseau. *Princípios elementares de processos químicos* 3 ed. São Paulo: LTC, 576 p.
- [3] D.G. Zill. *Equações Diferenciais com aplicações em modelagem*. 9 ed., Cengage Learning, São Paulo, 2011.