Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Equações deformadas de transferência de calor

Andressa Paula Costa Leopoldino [1]
Mestranda do programa de pós graduação em modelagem matemática e computacional
José Weberszpil [2]
Professor do DTL-Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Wanderson Rosa [3]
Mestrando do programa de pós graduação em modelagem matemática e computacional

1 Introdução

Nesta contribuição utilizaremos operadores diferenciais locais, as derivadas deformadas, aqui as derivadas conformes (DC), para modelar matematicamente problemas de condução de calor (CC), considerando um contexto de sistemas complexos [3]. Numa primeira etapa obtivemos e estudamos a equação de Fourier deformada via DC.

Como é bem conhecido, a equação clássica de Fourier prevê uma velocidade infinita de propagação de calor, o que significa que qualquer perturbação inicial em qualquer ponto do meio seria sentida instantaneamente em todo o corpo [2]. Assim sendo, fizemos, um estudo da equação conhecida como equação de Cattaneo-Vernotte, tanto na sua forma clássica como na sua versão deformada via DC, aplicando em um exemplo de aquecimento de uma carne processada [1].

A partir dessa abordagem é possível entender o comportamento, por exemplo, do perfil de temperatura em um processo de condução de calor, levando em conta a rugosidade das superfícies envolvidas. Um dos objetivos é o de incluir implicitamente nas equações os padrões irregulares, representado pelo parâmetro de deformação, o que permite descrições mais realistas dos modelos presentes no cotidiano.

2 Modelos deformados

Derivada Deformada Conforme (DDC):

Dada uma função $f : [0, \infty)$, $t > 0$ e $\beta \in (0, 1]$, a derivada deformada conforme de f, de ordem β é definida por:

$$f^{(\beta)}(t) = \lim_{\epsilon \longrightarrow 0} \frac{f(t + \epsilon t^{(1-\beta)}) - f(t)}{\epsilon}. \tag{1}$$

[1] andressapcl22@gmail.com
[2] josewebe@gmail.com
[3] wandersonfisica@outlook.com

Se a função é diferenciável, então a definição acima resulta em $f^{(\beta)}(t) = t^{1-\beta}\frac{df}{dt}(t)$.

2.1 Equação de Fourier Deformada

$$\frac{\partial^\beta T(x,t)}{\partial t^\beta} = \overline{\alpha}\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}. \tag{2}$$

Com $0 < x < l$, $0 < \beta \leq 1$, $\overline{\alpha} = \alpha h$, onde α é a difusividade e h é uma constante dimensional.

2.2 Equação de Cattaneo-Vernotte Deformada (ECVD)

$$\frac{\partial^\beta T(x,t)}{\partial t^\beta} + \frac{\tau^\beta}{\beta}\frac{\partial^\beta}{\partial t^\beta}\frac{\partial^\beta T(x,t)}{\partial t^\beta} = \overline{\alpha}\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}. \tag{3}$$

Com $0 < x < l$, $0 < \beta \leq 1$, τ é o tempo de relaxação.

2.3 Resultados

A seguir, apresentamos os gráficos contendo o comportamento das soluções da ECVD obtidas por dois métodos diferentes. Uma análise detalhada será realizada posteriormente.

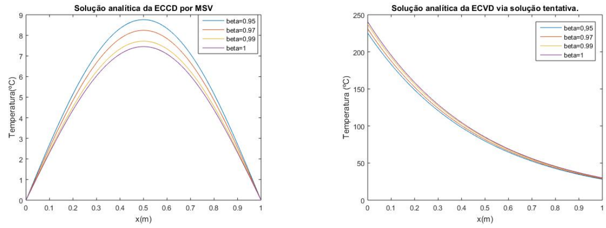

Figura 1: Perfil de temperatura considerando $\overline{\alpha} = 0,001 m^2/s$, $t = 100s$ e $\tau = 15s$

Referências

[1] J. H. Choi, S. Yoon, S. G. Park and S. Choi. Analytical solution of the Cattaneo-Vernotte equation (non-Fourier heat conduction), *Journal of the Korean Society of Marine Engineering*, 40:389–396,2016.

[2] E. Marín. Does Fourier's Law of Heat Conduction Contradict the Theory of Relativity?, *Latin-American Journal of Physics Education*, 5:13,2011.

[3] J. Weberszpil, M. J. Lazo and J. A. Helayël-Neto. On a connection between a class of q-deformed algebras and the Hausdorff derivative in a medium with fractal metric, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 436:399–404,2015.

