Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação de Equações Diferenciais no Resfriamento de Porções de Líquidos Confinados

Samantha Regina Lemos Nogueira[1]
Marilaine Colnago[2]
Wallace Casaca[3]
Departamento de Engenharia de Energia, UNESP, Rosana

1 Introdução

Muitos problemas da engenharia podem ser modelados através de Equações Diferenciais. Ocorre que, em muitos desses problemas, as equações dependem de parâmetros que nem sempre estão à disposição para uso prático, requerendo estimá-los de alguma maneira. Dentro desse contexto, podemos citar a Lei de Resfriamento de Newton, equacionada por:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a), \tag{1}$$

onde $T = T(t)$ e T_a representam a temperatura do corpo e do ambiente, e k é uma constante de proporcionalidade, a qual depende das propriedades do corpo e dos materiais envolvidos na transferência de calor. A solução analítica da Eq. (1) é representada por:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}. \tag{2}$$

O presente trabalho tem como objetivo modelar a dinâmica de resfriamento de uma xícara de água utilizando-se, para tal, a lei de Resfriamento de Newton e o Método dos Mínimos Quadrados, e assumindo não ter nenhum conhecimento prévio do valor de k.

2 Metodologia e Análise dos Resultados

Experimentos foram conduzidos a partir de observações do resfriamento em porções de 400 ml de água quente em duas xícaras: uma de alumínio, e a outra, de vidro. Para tal, utilizou-se um termômetro digital culinário (modelo KP-8007), com erro de precisão na mensuração das temperaturas de $\pm 1^oC$ (conforme especificações do fabricante). A fim de encontrar o valor mais adequado para k, utilizou-se duas variantes do Método de Mínimos Quadrados: não-linear[4] (MMQ_1), e linear (MMQ_2) [1], além da solução

[1]samantha.nogueira@unesp.br
[2]marilaine.colnago@unesp.br
[3]wallace.casaca@unesp.br
[4]Disponível em: <https://tinyurl.com/jlzy72f> (Página 17). Acesso em: 1 mai. 2019.

analítica (Eq. (2)) e das coletas minuto-a-minuto das temperaturas com o termômetro. A implementação dos protótipos computacionais empregado nos testes e a análise do resultados foram conduzidas a partir da plataforma MATLAB (versão R2017a).

A Figura 1 (Esquerda) apresenta as soluções obtidas para a xícara de alumínio, com temperatura ambiente $T_a = 27^o$C, e temperatura inicial da água $T(0) = 87.7^o$C. Já a Figura 1 (Direita) ilustra o caso com uma xícara de vidro, com $T_a = 30^o$C e $T(0) = 85.6^o$C.

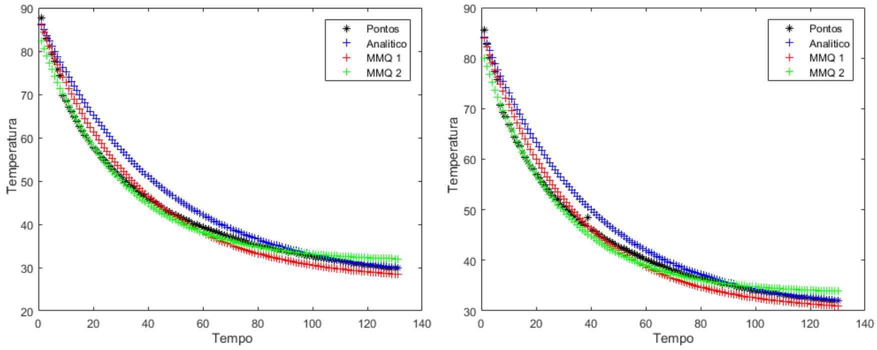

Figura 1: Resultados para xícara de alumínio (Esquerda) e para a xícara de vidro (Direita).

Os valores obtidos para o parâmetro k a partir de cada uma das abordagens de mínimos quadrados, MMQ_1 e MMQ_2, são apresentados na Tabela 1, além dos valores do erro relativo em cada um dos casos, conforme tabulado na Tabela 2. O erro relativo máximo foi computado como $\max_{i=1:n}\{|(y_i^{(j)} - y_i)/y_i|\}$, onde j designa a solução analítica, ou ainda, dos modelos avaliados, e y_i a solução nas n amostras conforme obtida experimentalmente.

Tabela 1: Parâmetro k.

	Analítica	MMQ_1	MMQ_2
Vidro	0.02577	0.03083	0.03624
Alumínio	0.02313	0.02841	0.03436

Tabela 2: Erro Relativo Máximo.

	Analítica	MMQ_1	MMQ_2
Vidro	0.0156	0.0208	0.0265
Alumínio	0.0152	0.0228	0.0294

3 Conclusão

A partir da análise dos resultados, constatou-se que ambos os métodos de ajuste foram efetivos para estimar valores de k adequados para o problema sob distintas condições.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem ao CNPq (PIBIC) pelo fomento à pesquisa.

Referências

[1] W. J. Palm III, *Introdução ao MATLAB para Engenheiros*. AMGH Editora, 2013.

