Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo de soluções numéricas para a Equação de Richards através do Metodo de Volumes Finitos

Isabela de Aquino Souza [1]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Rosane Ferreira de Oliveira [2]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Wilian Jeronimo dos Santos [3]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Marcos Bacis Ceddia [4]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

1 Introdução

A equação de Richards, muito comum em Física do Solo, modela problemas envolvendo o fluxo de água através de um meio poroso (solo) insaturado [4]. Considerando a não influência de plantas e o processo sendo isotérmico, a equação de Richards unidimensional, em sua forma mista, é

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[K(h)\left(1 + \frac{\partial h}{\partial z}\right)\right] \tag{1}$$

onde $K = K(\theta, h, z)$, $\theta = \theta(t, h, z)$, $h = h(\theta)$ representam, respectivamente, a condutividade hidráulica, a umidade e a carga hidráulica.

2 Metodologia

O método numérico escolhido para a solução computacional foi o de volumes finitos (MVF), pois diferentemente de outros, este possui natureza conservativa, ou seja, preserva o balanço de massa, sendo assim não se faz necessária a formulação de outro método para verificar se o balanço de massa é satisfeito, como realizado em [2]. De forma secundária, o MVF foi escolhido devido a sua menor frequência na literatura se comparado a outros métodos como diferenças finitas e elementos finitos.

[1]isabaqs@gmail.com
[2]rosaneol@uol.com.br
[3]wilianj@gmail.com
[4]marcosceddia@gmail.com

Dividindo o domínio considerado em N células não sobrepostas, o método inicia com a equação na forma conservativa e tem por objetivo integrá-la, sobre um volume elementar i, no espaço e no tempo [3]. O desenho da célula i é mostrado na Figura 1, onde o eixo z, que representa a altura, foi orientado como positivo para cima. O esquema explícito para (1) é

$$\begin{aligned}\theta_i^{n+1} = & \frac{\Delta t}{\Delta z^2}\left[K_{i+1/2}^n h_{i+1}^n - (K_{i+1/2}^n + K_{i-1/2}^n)h_i^n + K_{i-1/2}^n h_{i-1}^n\right] + \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta z}[K_{i+1/2}^n - K_{i-1/2}^n] + \theta_i^n\end{aligned} \tag{2}$$

onde os termos $K_{i-1/2}$ e $K_{i+1/2}$ representam as condutividades inferior e superior na interface da célula i. Além disso, $K_{i\pm1/2}$ será calculada pela média aritmética entre as condutividades $K_{i\pm1}$ e K_i. A priori, um esquema explícito é proposto, mas novos esquemas serão estudados e apresentados em futuras contribuições.

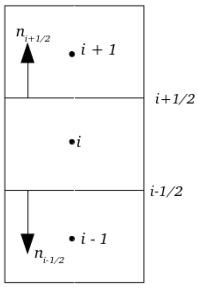

Figura 1: Esquema dos volumes finitos.

As implementações serão validadas através de exemplos clássicos da literatura [1, 2] e comparadas com o pacote computacional *Hydrus*®. Para a estimação dos parâmetros relacionados às propriedades físicas do solo e presentes na equação 1, estão sendo realizados, ainda, ensaios experimentais em laboratório e em campo controlado na UFRRJ.

Referências

[1] D. Caviedes-Voullième, P. García-Navarro and J. Murillo.Verification, conservation, stability and efficiency of a finite volume method for the 1D Richards equation, *Journal of hydrology*, 480:69–84, 2013.

[2] M. A. Celia, E. T. Boloutas and R. L. Zarba. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation, *Water resources research*, 26:1483–1496, 1990.

[3] C. L. Maliska. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional.* LTC, Rio de Janeiro, 1995.

[4] L. A. Richards. Capillary conduction of liquids through porous mediums, *Physics*, 1:318–333, 1931.

