Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Modelando Problemas de Genética com Álgebras não Associativas

Júlia Wotzasek Pereira[1]
Instituto de Ciência e Tecnologia, Unifesp, São José dos Campos, SP
Thiago Castilho de Mello[2]
Instituto de Ciência e Tecnologia, Unifesp, São José dos Campos, SP

1 Introdução

Álgebras surgem naturalmente em modelos de genética de populações. Se certas características genéticas são consideradas em populações, cada população pode ser descrita pelas frequências destas características (por exemplo, genes, genótipos, etc.). Estas frequências podem ser representadas por vetores, e as combinações lineares convexas de tais vetores descrevem as misturas da população, dando sentido às operações algébricas de soma e multiplicação por escalar destes vetores. Reprodução sexuada pode, por sua vez, ser representada por certas multiplicações desses vetores.

2 Um Exemplo Simples: Álgebra Zigótica

Considere, por exemplo, uma herança genética simples, com elementos AA, Aa e aa com multiplicação dada pelas leis de Mendel (por exemplo, $Aa \times Aa = \frac{1}{4}AA + \frac{1}{2}Aa + \frac{1}{4}aa$). É sabido da teoria de álgebras que dada uma álgebra $\mathcal{A}$ de dimensão finita sobre um corpo F (aqui consideraremos $F = \mathbb{R}$), com base $\{e_1, \ldots, e_n\}$, sua estrutura multiplicativa é completamente definida se conhecermos os produtos dos elementos da base. Tais produtos dão origem a essas constantes, que são chamadas *constantes de estrutura*. No caso do exemplo e de sua conotação natural intuitiva, é fácil ver que, apesar de comutativa, tal álgebra não é associativa, já que $(AA \times Aa) \times aa \neq AA \times (Aa \times aa)$. Por outro lado, é possível verificar que essa é uma álgebra associativa nas potências, isto é, toda subálgebra gerada por apenas um elemento é associativa. Esta álgebra gerada é chamada *Álgebra Zigótica*.

---

[1]juliawpereira19@gmail.com
[2]tcmello@unifesp.br

3 Álgebras Genéticas, Álgebras Báricas e Álgebras Train

As álgebras genéticas têm sua origem com os estudos de *Etherington* [1] em 1939. Ele introduziu os conceitos de *álgebras báricas* e *álgebras train* e mostrou que muitas situações biológicas concretas podem ser modeladas com elas. Os trabalhos de *Schafer* [3] e *Gonshor* [2] foram também bastante importantes, sendo melhor definidos os conceitos de *álgebras genéticas* e sendo provados alguns teoremas sobre existência e unicidade nas *álgebras train*.

Neste pôster apresentaremos os conceitos básicos de álgebras genéticas, conceitos estes que serão ilustrados através de exemplos. Apresentaremos alguns tipos especiais de álgebras que surgem no contexto genético, que são as *álgebras báricas* e *álgebras train*, e discutiremos o significado das chamadas potências principais e plenárias nessas álgebras quando falamos de álgebras de populações. A maior parte dos resultados que discutiremos foram extraídos de [4].

Agradecimentos

Este trabalho contou com apoio de bolsa de iniciação científica Fapesp, processo 2018/10312-3.

Referências

[1] I. M. H. Etherington. Genetic algebras, *Proc. Roy. Soc. Edinburg*, 59:242–258, 1939. ISSN: 0308-2105.

[2] H. Gonshor. Special train algebras arising in genetics, *Proc. Edinburgh Math. Soc.*, 12:41–53, 1960. ISSN: 0308-2105.

[3] R. D. Shafer. Structure of Genetic algebras, *Amer. J. Math.*, 71:121–135, 1949. ISSN: 0002-9327.

[4] A. Worz-Buserkros. Algebras in genetics. In *Lecture Notes in Biomathematics*, 36. Springer 1980. DOI: 10.1007/978-3-642-51038-0.