Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise da deflexão de uma viga apoiada-engastada

Mariana Coelho Portilho Bernardi[1]
Adilandri Mércio Lobeiro[2]
Jeferson Rafael Bueno[3]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

1 Introdução

Vigas são elementos estruturais presentes em quase toda Engenharia Civil, sendo os deslocamentos limitantes em seu projeto. O estudo desses deslocamentos chama-se deflexão e a forma deformada do eixo da viga denomina-se linha elástica. Neste trabalho, apresenta-se a equação diferencial ordinária (EDO) linear de segunda ordem, equação (1), que rege o comportamento da linha elástica, conforme [1].

$$\frac{d^2u(x)}{dx^2} = \frac{M}{E_{cs}I_z}, \tag{1}$$

em que, u denota a função que controla a deflexão da viga a uma distância x, conhecida como equação diferencial da linha elástica, M o momento fletor, I_z o momento de inércia da seção transversal e E_{cs} o módulo de elasticidade secante. Ao substituir a equação do momento fletor obtida a partir do equilíbrio estático da viga apoiada-engasta, Figura 1, na equação (1), em que, q é a carga uniformemente distribuída, l é o comprimento do vão

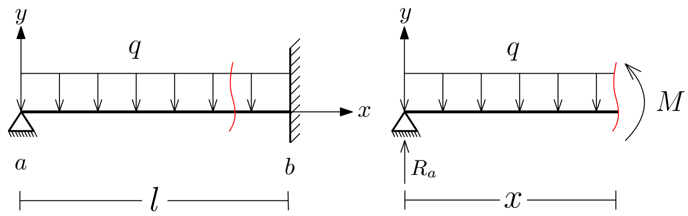

Figura 1: Viga apoiada engastada com corte a uma distância x, em que $0 \leq x \leq l$.

e R_a a reação de apoio em a, encontra-se a equação (2),

$$\frac{d^2u(x)}{dx^2} = \frac{R_a x - \frac{qx^2}{2}}{E_{cs}I_z}, \tag{2}$$

que representa a equação diferencial da linha elástica para a viga apoiada-engasta.

[1]marianabernardi@alunos.utfpr.edu.br
[2]alobeiro@utfpr.edu.br
[3]jefersonrafael@utfpr.edu.br

2 Solução Analítica

Ao aplicar a integral de ambos os membros na equação (2) e utilizar as condições de contorno, para tal viga, encontra-se a *função* (3), que representa a solução analítica, cujo o gráfico, Figura 2, é chamado de linha elástica,

$$\begin{array}{rcl} u \; : \; [0,l] & \rightarrow & I\!R \\ x & \longmapsto & u(x) = \frac{q}{E_{cs}I_z}\left(\frac{lx^3}{16} - \frac{x^4}{24} - \frac{xl^3}{48}\right), \end{array} \tag{3}$$

em que, $I\!R$ representa o conjunto dos números reais.

3 Solução Numérica e Resultados

Para o estudo do caso assumiu-se $q = 2,5$ N/mm, $l = 5000$ mm, $I_z = 4,5\ 10^8$ mm^4 e $E_{cs} = 26071,6$ MPa para obter a solução analítica e numérica da equação (2). Foi aplicado o *Método das Diferenças Finitas* (MDF) explícito, conforme [2], com $dx = 0,9998$ mm, para encontrar a solução numérica, onde desenvolveu-se um algoritmo no *Python*. A Figura 2, ilustra a deflexão da viga analisada, em que o deslocamento máximo, flecha, ocorreu na posição $x = 2107,68$ mm, a partir do apoio a, e nos apoios não ocorre deflexão.

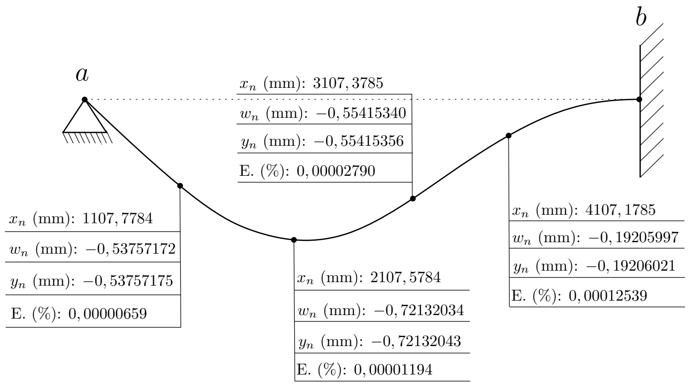

Figura 2: Deflexão no eixo longitudinal da viga apoiada-engastada.

Ao comparar a solução numérica, w_n, com a analítica, y_n, obteve-se um resultado satisfatório, devido ao baixo erro percentual, mostrando o bom desempenho do algoritmo.

Referências

[1] F. P. Beer e E. R. Johnston Jr. Resistência dos Materiais, 3 ed. Makron Books, São Paulo, 1996.

[2] R. L. Burden e J. D. Faires. Análise Numérica. Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2003.