Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Construção do Reticulado D_2 via a Construção A [1]

Vinícius Rabetti dos Santos[2]
Departamento de Matemática - FEIS-UNESP
Edson Donizete de Carvalho [3]
Departamento de Matemática - FEIS-UNESP

1 Introdução

Neste trabalho, focaremos apenas em códigos lineares C, isto é, quando o conjunto C é dotado de uma estrutura de subespaço vetorial no espaço vetorial F_2^n, onde F_2 é um corpo binário. Códigos tem parâmetros associados do tipo $C(n, k, d)$, onde **n**, **k** e **d** denotam o comprimento das palavras códigos, os símbolos de informação e distância mínima, respectivamente. Como exemplos, podemos citar o código $C_0 \subset F_2^2$ conhecido como **código universal**, dado por $C_0 = \{(0, 0), (1, 0), (0, 1), (1, 1)\}$ com parâmetos $C_0 = C(2, 2, 1)$ e o código de repetição $C_1 = \{(0, 0), (1, 1)\}$ com parâmetros $C_1 = C(2, 1, 2)$, onde $C_1 \subset C_0$.

Dado o conjunto vetores linearmente independentes$\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ de $\mathbb{R}^n$. O conjunto gerado por estes n vetores, dado por:

$$\Lambda = \{x = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i v_i; \alpha_i \in \mathbb{Z}\}. \tag{1}$$

é chamada de **reticulado** de dimensão n. Um reticulado possui associado uma estrutura de **grupo aditivo** em $\mathbb{R}^n$. Como exemplos, podemos citar os reticulados $\mathbb{Z}^2$, $2\mathbb{Z}^2$, e D_2, onde $D_2 = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2; x_1 + x_2 = 0(mod\, 2\ )\}$.

O objetivo deste trabalho é de obter o reticulado D_2 em $\mathbb{R}^2$ via códigos lineares binários. Este procedimento de se obter reticulado através de um mergulho de um código linear em $\mathbb{R}^n$ é conhecido na literatura por **Construção** A [1] . Reticulados obtidos pela Construção A são conhecidos por **códigos reticulados**.

Uma das importancias deste estudo, é que em esquemas de modulação codificada, considerada a partir de cadeias de códigos reticulados permite melhorar o desempenho de canais de comunicação com uma largura de banda limitada.

[1]versão 1.2.
[2]rabettimsantos@gmail.com
[3]edson.donizete@unesp.br

2 Resultados

Pela teoria de grupos, temos que os representantes de classes do grupo quociente $\mathbb{Z}^2/2\mathbb{Z}^2$ são dados por $\left[\mathbb{Z}^2/2\mathbb{Z}^2\right] = \{(\bar{0},\bar{0}),(\bar{0},\bar{1}),(\bar{1},\bar{0}),(\bar{1},\bar{1})\}$. Pela Construção A, podemos associar cada palavra do código C_0, como um representante de classe do grupo quociente $\mathbb{Z}^2/2\mathbb{Z}^2$. Logo, podemos escrever $\mathbb{Z}^2$ na forma:

$$\mathbb{Z}^2 = 2\mathbb{Z}^2 + [\mathbb{Z}^2/2\mathbb{Z}^2]. \tag{2}$$

De forma análoga, temos que os representantes de classes do grupo quociente $D^2/2\mathbb{Z}^2$ são dados por $\left[D^2/2\mathbb{Z}^2\right] = \{(\bar{0},\bar{0}),(\bar{1},\bar{1})\}$. Pela Construção A, podemos associar cada palavra do código C_1, como um representante de classe do grupo quociente $D^2/2\mathbb{Z}^2$. Logo, podemos escrever D^2 na forma:

$$D_2 = 2\mathbb{Z}^2 + [D_2/2\mathbb{Z}^2], \tag{3}$$

Assim, podemos reescrever D_2 por:

$$D_2 = [2\mathbb{Z}^2 + (0,0)] + [2\mathbb{Z}^2 + (1,1)]. \tag{4}$$

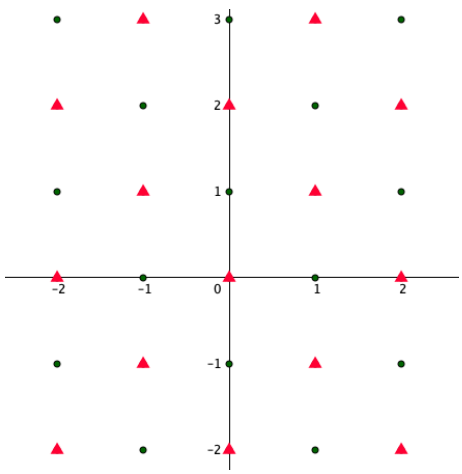

Figura 1: Todos os pontos donotam $\mathbb{Z}^2$ e os pontos em vermelho do o D_2

3 Agradecimentos

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo n° $2018/02869-8$ pelo financiamento do projeto de pesquisa.

Referências

[1] J.H.Conway, N.J.A. Sloane, "Sphere Packings, Lattices and Groups". Springer-Verlag: New York, 1993.