Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Análise dos deslocamentos de uma viga engastada-livre sobre base elástica do tipo Winkler através do Método dos Elementos Finitos

Caroline Galvão Toscano[1]
Matheus da Silva Menezes [2]
Ivan Mezzomo [3]
Igor Ramon Bezerra de Freitas[4]
Modesto Valci Moreira Lopes[5]
Departamento de Ciências, Matemática e Estatística, UFERSA, Mossoró, RN

Vários fenômenos da Engenharia podem ser representados através de equações diferenciais. Na maioria das vezes solucionar as equações analiticamente é quase impossível. Este trabalho objetiva apresentar a modelagem e aplicação das equações diferenciais no estudo dos deslocamentos de vigas, através de um estudo computacional do Método dos Elementos Finitos (MEF), analisando suas aproximações numéricas.

Uma das aplicações para esse método é a análise do comportamento de uma viga apoiada sobre o solo ou vigas baldrame, pois com a consideração da base elástica, a constante da mola representa o efeito do solo na estrutura [2].

A análise dos deslocamentos verticais de uma viga engastada-livre sobre base elástica resulta em um problema de valor de contorno do tipo:

$$EI\frac{d^4v(x)}{dx^4} + kv(x) = q; v(0) = 0; \frac{dv(0)}{dx} = 0; Q(L) = 0; M(L) = 0, \tag{1}$$

onde $v(x)$ é o deslocamento transversal, q é o carregamento externo, k é a constante de mola associada à base elástica, E é o módulo de elasticidade longitudinal, I é a inércia da seção transversal da viga, $M(x) = -EI\frac{d^2v(x)}{dx^2}$ é o momento fletor, $Q(x) = -EI\frac{d^3v(x)}{dx^3}$ é a força cortante após a deformação e $0 \leq x \leq L$, onde L é o vão da viga.

O MEF para determinar o deslocamento de vigas resulta em um sistema do tipo: $[K^e]\{u^e\} = \{q^e\}$, onde $[K^e]$ é a matriz de rigidez, $\{u^e\}$ é o vetor dos deslocamentos e $\{q^e\}$ o vetor das cargas atuantes [1].

Para o caso estudado, foram utilizados elementos finitos quadráticos, a matriz de rigidez foi obtida através da soma da matriz de rigidez da flexão e da base elástica. A

[1]caroltoscano.cn@hotmail.com
[2]matheus@ufersa.edu.br
[3]imezzomo@ufersa.edu.br
[4]igorramon25@gmail.com
[5]modsval@gmail.com

obtenção dos coeficientes da matriz de rigidez se deu a partir do Método da Rigidez Direta. Para o estudo, foi considerada uma viga engastada-livre, com seção de área, comprimento, carregamento distribuído e módulo de rigidez a flexão EI unitários. Para análise da influência da rigidez do solo , representada pela constante da mola k, realizaremos o experimento para $\beta L = 2,5$, $\beta L = 5$ e $\beta L = 10$, sabendo que $\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$. Para todos os casos variamos o número de nós das malhas em 15, 30, 45 e 60. Para verificar a qualidade do resultado calculamos o erro médio de cada discretização em relação a solução analítica:

$$A = sen(\beta x)senh(\beta(L-x)) + cos(\beta x)cosh(\beta(L-x))$$
$$B = senh(\beta x)sen(\beta(L-x)) - cosh(\beta x)cos(\beta(L-x))$$
$$C = \frac{1}{cosh(\beta L)^2 + cos(\beta L)^2}$$
$$v(x) = \frac{q}{k}\{1 - C[cosh(\beta L)A - cos(\beta L)B]\}$$

Os resultados alcançados são exibidos:

Tabela 1: Resultados dos experimentos

ERRO MÉDIO COMETIDO			
Número de Nós	βL		
	2,5	5	10
15	2,81E-09	2,32E-09	1,20E-09
30	1,57E-10	1,29E-10	6,60E-11
45	3,00E-11	2,46E-11	1,26E-11
60	8,91E-12	7,63E-12	3,91E-12

A partir da análise dos resultados é possível observar que à medida em que se aumenta o número de nós na solução, a mesma vai convergindo para a solução exata. Além disso, à medida em que se aumenta o valor de βL e consequentemente o de k, a estrutura vai modificando seu comportamento. Fazendo uma analogia, a viga se comporta como uma fundação onde a resistência do solo é igual à rigidez de uma mola. Logo, quanto maior a rigidez do solo, menor será a deformação.

Agradecimentos:Agradecemos o apoio da UFERSA e do CNPq pelo auxílio financeiro e de cotas de IC.

Referências

[1] R. D. Cook , D. S. Malkus, M. E. Plesha, and R. J. Witt. *Concepts and applications of finite element analysis, 4a. edição.* John Wiley e Sons, 2002.

[2] M. Hetényi. *Beams on Elastic Foundation, 1a. edição.* University of Michigan Press, Ann Arbor, 1946.