Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Otimização de Carteiras de Investimentos segundo a Teoria de Portfólios e a Abordagem de Rockafellar e Uryasev

Mateus Silva Pedroso[1]
Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR
Carlos Eduardo da Silva[2]
Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR
Gislaine Aparecida Periçaro[3]
Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR
Juliano Fabiano da Mota[4]
Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR

1 Introdução

Na área financeira, um portfólio é definido como um conjunto de alternativas de investimento, denominados ativos, onde o investidor tem o interesse de obter a melhor composição possível. Na prática, a otimização dessa escolha consiste em estabelecer as porcentagens de investimento $x_i, i = 1, \dots, n$, associadas a cada ativo i, de modo que minimize o risco dessa carteira. Tal problema de otimização teve como precursor o economista Harry Markowitz [2], que em 1952 propôs a otimização da variância da carteira como uma representante do risco, sujeito às restrições de não negatividade das variáveis de decisão e o investimento de 100% do capital disposto. Além disso, há uma meta de retorno μ_0 a ser estabelecida pelo investidor. Seu trabalho ficou conhecido como Teoria de Portfólios.

Em contrapartida, com o desenvolvimento da pesquisa e o interesse em melhores resultados, surgiu o conceito de medida coerente de risco introduzida em [1], e com ela, a necessidade de desenvolver um novo problema uma vez que a variância não é classificada como uma medida coerente. Um desses problemas, e objeto de estudo deste trabalho, foi desenvolvido por Rockafellar e Uryasev [3] por meio de uma versão que tem como princípio a Teoria de Portfólios, mas que utiliza a medida de risco CVaR como função objetivo do problema. De acordo com [3], o VaR (*Value at Risk*) de um portfólio, para um determinado nível de confiança β, é o menor valor α de tal modo que, com probabilidade β, a perda não excederá α. O CVaR (*Conditional Value at Risk*), por sua vez, é a média das perdas acima desse valor α, ou seja, a média das perdas que excedem o VaR.

[1]mateus.pedroso@gmail.com
[2]carlosedu.silva00@gmail.com
[3]gpericaro@gmail.com
[4]julianomota@gmail.com

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é aplicar os dois modelos descritos em uma dada situação de modo a analisar e confrontar os resultados em cada abordagem. Para isso, selecionamos 26 ações da bolsa de valores dentre as componentes do índice IBRX50, que contempla as 50 ações mais negociadas da bolsa de valores de São Paulo, e coletamos os dados históricos referente a um período de 5 anos com observações semanais. Fazendo os cálculos necessários e efetuando as implementações dos modelos por meio do software Matlab®, utilizamos o conceito de fronteira eficiente [2] que permite plotar em um gráfico com a relação risco $\times$ retorno, as composições ótimas para a carteira de investimentos, calculadas para cada meta de retorno estabelecida pelo investidor. Deste modo, dado um retorno pré-fixado, podemos resolver o problema de otimização e encontrar a composição e o risco relacionado à esse retorno para a carteira. O gráfico é composto pelos pares ordenados (risco, retorno) advindos dessa resolução feita para todos as metas estabelecidas dentro de um intervalo possível.

Para a construção da fronteira eficiente, otimizamos um dos modelos considerados e para a composição encontrada, calculamos a medida de risco do outro modelo. Portanto, ao otimizar o problema da variância, calculamos também o CVaR para a composição resultante. Da mesma forma, ao otimizar o problema do CVaR, calculamos o desvio-padrão para a composição resultante. Logo, pudemos plotar dois gráficos com as relações desvio-padrão $\times$ retorno e CVaR $\times$ retorno, e neles, as curvas obtidas nos dois problemas de otimização. Além disso, em especial, coletamos os dados da carteira ótima de cada um dos modelos, que consiste na composição de menor risco calculada ao eliminar a restrição da meta de retorno esperado.

Em posse desses resultados, foi possível comparar os comportamentos dos gráficos e confrontar o desempenho das carteiras ótimas. Em termos de resultado numérico, temos valores bem próximos onde as medidas de risco tem melhores resultados nos modelos em que elas são as representantes na função objetivo a ser minimizada. Graficamente, podemos observar também esse comportamento, onde a curva que se sobressai é aquela advinda da otimização da medida de risco considerada no gráfico. Ou seja, no gráfico da variância a curva que se sobressai é a composição encontrada na otimização do modelo da variância, e no gráfico do CVaR, a melhor curva é consequência da otimização do modelo do CVaR.

Referências

[1] P. Artzner, F. Delbaen, J. M. Eber e D. Heath. Coherent measures of risk, *Mathematical Finance*, v. 9, p. 203-208, 1998.

[2] H. Markowitz. Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

[3] R. T. Rockafellar, S. Uryasev. Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk*, v. 2, p. 21-41, 2000.