

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Parametrização do mapa de Santana do Araguaia (PA) usando a Curva de Bézier

Ruan Lion Costa de Souza¹

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - Unifesspa

Manolo Rodriguez Heredia²

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - Unifesspa

1 Introdução

O objetivo é determinar uma curva de Bézier que melhor se adapte aos pontos que descrevem o contorno do mapa de Santana do Araguaia no sentido quadrados mínimos. O estudo realizado contribui para determinar curvas de Bezier em outras imagens que serão alvo de análises posteriores.

2 Metodologia

Uma curva de Bézier é definida como

$$B(t) = \sum_{j=0}^n B_j^n(t) P_j, \quad (1)$$

onde P_j são chamados de ponto de controle, B_j^n é o j -ésimo polinômio de Bernstein de grau n e t é o parâmetro definido em um intervalo fechado I .

Suponha que Q_i , onde $i = 1, \dots, m$, sejam pontos do contorno do mapa de Santana do Araguaia, procura-se uma curva de Bezier $B(t)$ que melhor se adapte aos pontos de dados no sentido de quadrados mínimos. Para tanto, segundo [1], deve-se calcular os pontos de controle P_j da curva aproximada $B(t)$ minimizando o erro E :

$$\min E = \min \sum_{i=1}^m \left(Q_i - \sum_{j=0}^n B_j^n(t_i) P_j \right)^2. \quad (2)$$

Para resolver (2), deve-se resolver as equações normais $M \cdot P = R$, onde $M_{k\ell} = (B_k^T B_\ell)$, $R_j = \overline{Q}^T B_j$, $\overline{Q} = (Q_i)$, $B_j = (B_j^n(t_i))$, $k, \ell = 1, \dots, n+1$, $j = 0, \dots, n$ e $i = 1, \dots, m$. Utilizando o Octave, calcula-se a pseudo-inversa de Moore-Penrose da matriz B , em que

¹ruanlion@unifesspa.edu.br

²manolorh@unifesspa.edu.br

2

$B = (B_0, \dots, B_n)$, pois a solução algébrica das equações normais é determinada por: $P = B^+ \cdot Q$.

Utilizando o mapa da cidade de Santana do Araguaia, onde foram escolhidos 100 pontos Q_i com o auxílio do Geogebra, é obtida uma curva de Bézier em que o grau do Polinômio de Bernstein foi 48.

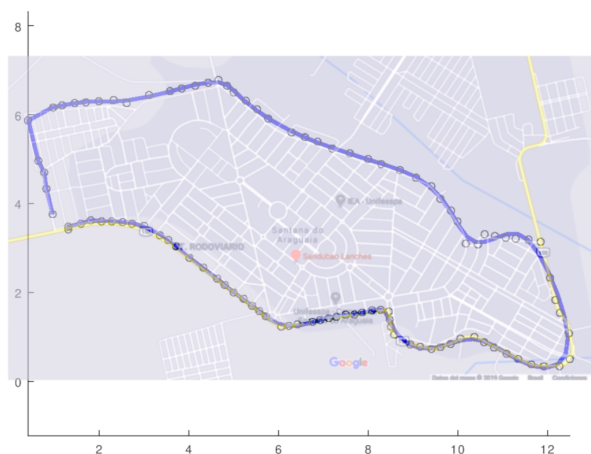


Figura 1: Mapa da Cidade e a curva de Bézier encontrada.

3 Conclusões

Sendo assim, a pesquisa alcançou seu objetivo de encontrar a equação aproximada do mapa do município de Santana do Araguaia utilizando a curva de Bézier.

Agradecimentos

À Unifesspa e ao Instituto de Engenharia do Araguaia - IEA por tornar a academia um ambiente de aprendizagens e incentivo ao Ensino, Pesquisa e Extensão.

Referências

- [1] A. A. Torres. Reconstrucción de Curvas B-Spline y de bézier mediante selección clonal, Dissertação de Mestrado em Matemática e Computação, Universidad de Cantabria, 2012.
- [2] R. Simoni, Teoria Local das Curvas, Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática, UFSC, 2005.