

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Comportamento numérico da energia com base no estudo do artigo “Rates of Decay for Porous Elastic System Weakly Dissipative”

Mauro de Lima Santos PDM/PROFMAT - UFPA - BELÉM/PA

Anderson David de Souza Campelo PDM/PROFMAT/PPGME - UFPA - BELÉM/PA

Antonio Jorge Santana Teles FCT - UFPA - BELÉM/PA

Kalil Brito Souza de Almeida FEEB - UFPA - BELÉM/PA

1 Introdução

O modelo proposto consiste na análise numérica de Equações Diferenciais Parciais utilizando o método de Discretização por Diferenças Finitas. Neste estudo, pretendemos analisar numericamente o comportamento da energia de soluções quando submetida a dissipações do tipo finito, ora na 1ª equação, ora na 2ª equação do sistema. Percebemos que a energia decai exponencialmente, se e somente se, um relação entre os coeficientes for satisfeita.

O objetivo do projeto consiste em resolver uma Equação Hiperbólica através da análise numérica do método de Discretização por Diferenças Finitas utilizando o software MATLAB.

2 Desenvolvimento

Para o estudo proposto devemos considerar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \rho u_{tt} - \mu u_{xx} - b\phi_x + \gamma u_t = 0, in(0, L)(0, \infty), \\ J\phi_{tt} - \delta\phi_{xx} + bu_x - \xi\phi + \tau\phi_t = 0, in(0, L)(0, \infty) \end{cases} \quad (1)$$

Utilizando um esquema em diferenças finitas explícito, a energia numérica do sistema é dada por:

$$E^n = \frac{\Delta x}{2} \sum_{k=0}^K [\rho \frac{(u_k^{n+1} - u_k^n)^2}{\Delta t} + J \frac{(\phi_k^{n+1} - \phi_k^n)^2}{\Delta t} + \delta \frac{(\phi_{k+1}^{n+1} - \phi_k^{n+1})}{\Delta x} \frac{(\phi_{k+1}^n - \phi_k^n)}{\Delta x} + \mu \frac{(u_{k+1}^{n+1} - u_k^{n+1})}{\Delta x} \frac{(u_{k+1}^n - u_k^n)}{\Delta x} + \xi \frac{(\phi_{k+1}^{n+1} + \phi_k^{n+1})}{2} \frac{(\phi_{k+1}^n + \phi_k^n)}{2} + b \frac{(u_{k+1}^{n+1} - u_k^{n+1})}{\Delta x} \frac{(\phi_{k+1}^n + \phi_k^n)}{2} + b \frac{(\phi_{k+1}^{n+1} + \phi_k^{n+1})}{2} \frac{(u_{k+1}^n - u_k^n)}{\Delta x}] \quad (2)$$

nas figuras, 2 e 4, vemos que a energia decai exponencialmente quando $\frac{\delta}{J} = \frac{\mu}{\rho}$. Do contrário a energia torna-se mais lenta como nas figuras 1 e 3:

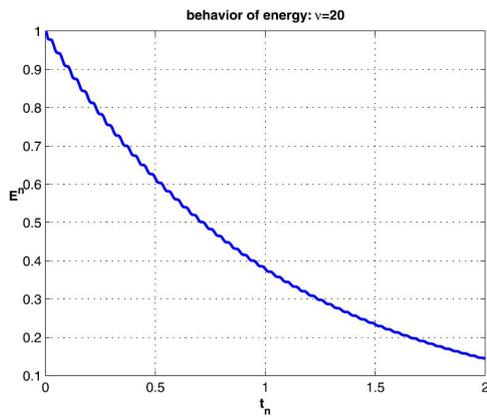


Figura 1: $\tau > 0, \gamma = 0$

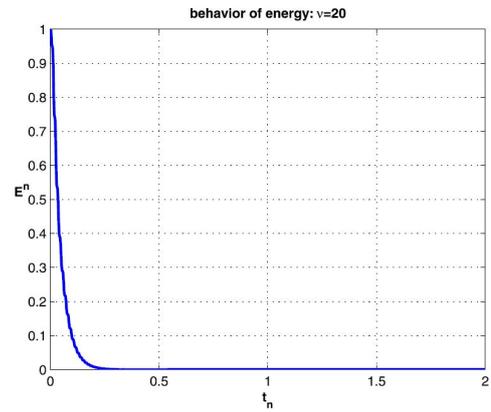


Figura 2: $\tau > 0, \gamma = 0$

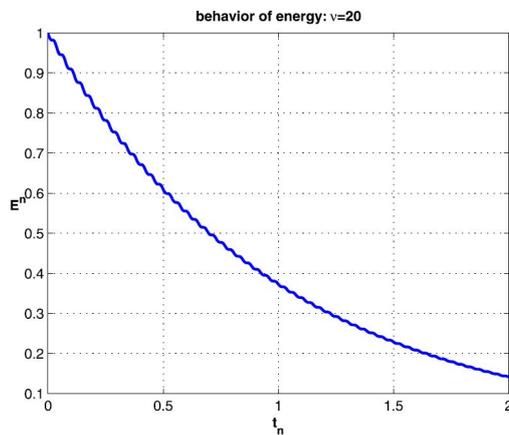


Figura 3: $\tau = 0, \gamma > 0$

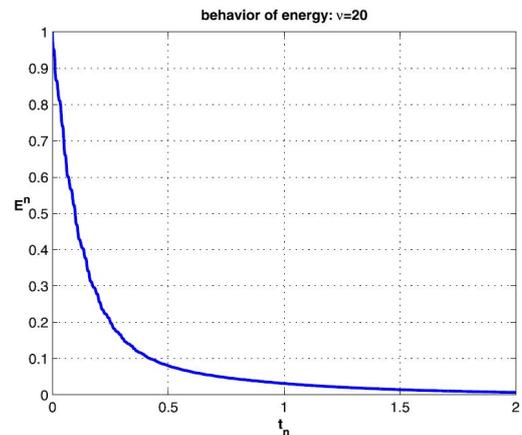


Figura 4: $\tau = 0, \gamma > 0$

Referências

- [1] CUMINATO, J. A.; JUNIOR, M. M. Discretização de Equações Diferenciais Parciais: técnicas de diferenças finitas. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2013. 367 p.
- [2] SANTOS, M. L.; CAMPELO, A. D. S.; JUNIOR, D. S. A. Rates of Decay for Porous Elastic System Weakly Dissipative. Acta Applicandae Mathematicae, 2, 151, maio, 2017.