

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

Comportamento numérico da energia com base no estudo do artigo “Rates of Decay for Porous Elastic System Weakly Dissipative”

Mauro de Lima Santos PDM/PROFMAT - UFPA - BELÉM/PA

Anderson David de Souza Campelo PDM/PROFMAT/PPGME - UFPA - BELÉM/PA

Antonio Jorge Santana Teles FCT - UFPA - BELÉM/PA

Kalil Brito Souza de Almeida FEEB - UFPA - BELÉM/PA

### 1 Introdução

O modelo proposto consiste na análise numérica de Equações Diferenciais Parciais utilizando o método de Discretização por Diferenças Finitas. Neste estudo, pretendemos analisar numericamente o comportamento da energia de soluções quando submetida a dissipações do tipo finito, ora na 1ª equação, ora na 2ª equação do sistema. Percebemos que a energia decai exponencialmente, se e somente se, um relação entre os coeficientes for satisfeita.

O objetivo do projeto consiste em resolver uma Equação Hiperbólica através da análise numérica do método de Discretização por Diferenças Finitas utilizando o software MATLAB.

### 2 Desenvolvimento

Para o estudo proposto devemos considerar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \rho u_{tt} - \mu u_{xx} - b\phi_x + \gamma u_t = 0, in(0, L)(0, \infty), \\ J\phi_{tt} - \delta\phi_{xx} + bu_x - \xi\phi + \tau\phi_t = 0, in(0, L)(0, \infty) \end{cases} \quad (1)$$

Utilizando um esquema em diferenças finitas explícito, a energia numérica do sistema é dada por:

$$E^n = \frac{\Delta x}{2} \sum_{k=0}^K [\rho \frac{(u_k^{n+1} - u_k^n)^2}{\Delta t} + J \frac{(\phi_k^{n+1} - \phi_k^n)^2}{\Delta t} + \delta \frac{(\phi_{k+1}^{n+1} - \phi_k^{n+1})}{\Delta x} \frac{(\phi_{k+1}^n - \phi_k^n)}{\Delta x} + \mu \frac{(u_{k+1}^{n+1} - u_k^{n+1})}{\Delta x} \frac{(u_{k+1}^n - u_k^n)}{\Delta x} + \xi \frac{(\phi_{k+1}^{n+1} + \phi_k^{n+1})}{2} \frac{(\phi_{k+1}^n + \phi_k^n)}{2} + b \frac{(u_{k+1}^{n+1} - u_k^{n+1})}{\Delta x} \frac{(\phi_{k+1}^n + \phi_k^n)}{2} + b \frac{(\phi_{k+1}^{n+1} + \phi_k^{n+1})}{2} \frac{(u_{k+1}^n - u_k^n)}{\Delta x}] \quad (2)$$

nas figuras, 2 e 4, vemos que a energia decai exponencialmente quando  $\frac{\delta}{J} = \frac{\mu}{\rho}$ . Do contrário a energia torna-se mais lenta como nas figuras 1 e 3:

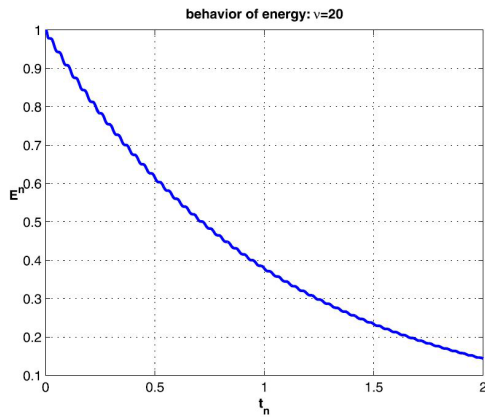


Figura 1:  $\tau > 0, \gamma = 0$

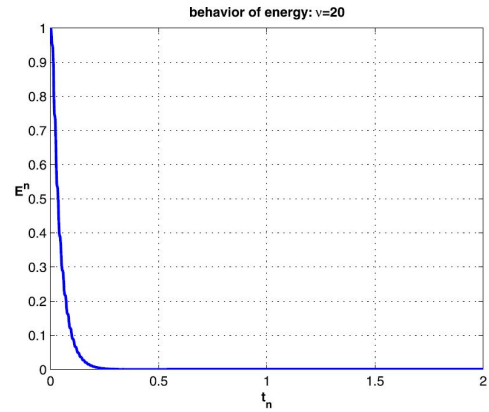


Figura 2:  $\tau > 0, \gamma = 0$

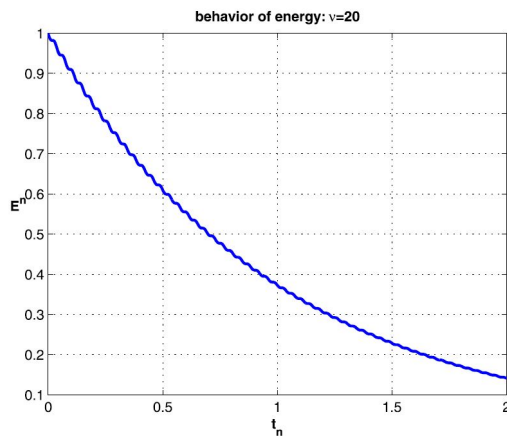


Figura 3:  $\tau = 0, \gamma > 0$

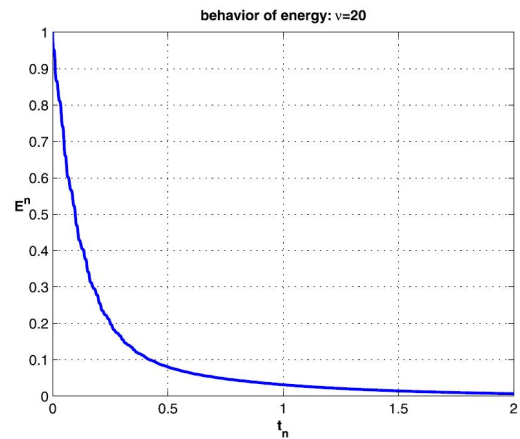


Figura 4:  $\tau = 0, \gamma > 0$

## Referências

- [1] CUMINATO, J. A.; JUNIOR, M. M. Discretização de Equações Diferenciais Parciais: técnicas de diferenças finitas. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2013. 367 p.
- [2] SANTOS, M. L.; CAMPELO, A. D. S.; JUNIOR, D. S. A. Rates of Decay for Porous Elastic System Weakly Dissipative. Acta Applicandae Mathematicae, 2, 151, maio, 2017.