Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um estudo de reorrência na T-Singularidade

Jeferson Cassiano [1]
UFABC

1 Introdução

A relevância pelo estudo de campos vetoriais contínuos por partes com contato entre as singularidades na subvariedade de descontinuidade reside no fato de estes terem grande importância no contexto de teoria de controle na medida que levam a existência de conjuntos de controle com medida de Lebesgue positiva. Ver [2].

Neste contexto, tais contatos não são genéricos no caso planar. Em dimensões maiores, porém, os mesmos podem sê-lo.

Em [3] mostra-se que todos os contatos de singularidades, exceto a dobra-dobra elíptica, são instáveis. A esta exceção ficou conhecida pelo nome de singularidade Teixeira, ou T-singularidade.

Posteriormente, em [1] classificam-se as possíveis dinâmicas na vizinhança da T-singularidade, inclusive o caso de recorrência onde há um conjunto de controle com medida positiva.

O presente trabalho visa aprofundar o cenário de recorrência olhando com mais detalhe suas características.

2 Recorrência na T-Singularidade

Seja a seguinte forma normal para a T-singularidade

$$\mathbf{f}_q(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_n} - \nu_q \frac{\partial}{\partial x_m} - q x_n \frac{\partial}{\partial x_3} + h.o.t.,\ m = \frac{3-q}{2},\ n = \frac{3+q}{2},\ \nu_q > 0 \tag{1}$$

sendo $q = (sgn \circ h)(\mathbf{x})$ e $h(\mathbf{x}) = x_3$. A subvariedade de descontinuidade é $\mathbb{R}^2 \times \{0\}$. As regiões de deslize, escape e costura são, respectivamente, $(\mathbb{R}^*_+)^2 \times \{0\}$, $(\mathbb{R}^*_-)^2 \times \{0\}$ e $\mathbb{R}^*_\pm \times \mathbb{R}^*_\mp \times \{0\}$.

[1] mostra que a T-singularidade é estável com respeito ao campo deslizante que é um ponto fixo tipo sela hiperbólica da aplicação do primeiro retorno se $\mu_-\mu_+ > 1$; a singularidade é instável e o ponto fixo é um centro elíptico se $\mu_-\mu_+ < 1$.

Assim, há uma bifurcação de co-dimensão 2 quando $\mu_-\mu_+ = 1$. Ao estudar termos de ordem superior da aplicação do primeiro retorno na bifurcação determinam-se condições

[1] jeferson.cassiano@ufabc.edu.br

para a existência de outros pontos fixos de forma que os mesmos sejam focos instáveis. Como este é hiperbólico, é estável topologicamente, ou seja, existe uma vizinhança no espaço de campos vetoriais tais que esta classificação é preservada. Assim $\exists\epsilon_0 > 0$ tal que $\mu_-\mu_+ - 1 \geqslant \epsilon_0$, ou seja, $\mu_-\mu_+ > 1$. Então a órbita no deslize é atraída à T-singularidade, ao passar por ela ela costura a subvariedade de descontinuidade. como o outro ponto fixo é instável ela é levada ao deslize onde o processo recomeça.

Agradecimentos

Agradecemos à FAPESP pelo apoio financeiro ao trabalho.

Referências

[1] A. Colombo, M.R. Jeffrey. Non-deterministic chaos, and the two fold singularity in piecewise smooth flows, *SIAM J. Applied Dynamical Systems*, 2:423–451, 2011.

[2] M.R. Jeffrey. Non determinism in the limit of nonsmooth dynamics, *Physical Review Letters*, 106:1–4, 2011.

[3] M.A. Teixeira, Stability conditions for discontinuous vector fields, *Journal of Differential Equations*, 88:15–29, 1990.