

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

# Novos Precondicionadores de Aproximação da Inversa para Matrizes em Bloco

Moisés Ceni<sup>1</sup>

Departamento de Matemática e Desenho, UERJ, Rio de Janeiro, Brasil

Julia Sekiguchi da Cruz<sup>2</sup>

Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica, UERJ, Rio de Janeiro, Brasil

Luiz Mariano Carvalho<sup>3</sup>

Instituto de Matemática e Estatística, UERJ, Rio de Janeiro, Brasil

Michael Souza<sup>4</sup>

Departamento de Estatística de Matemática Aplicada, UFC, Ceará, Brasil

Paulo Goldfeld<sup>5</sup>

Instituto de Matemática, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil

## 1 Introdução

Seja  $A$  uma matriz não singular, esparsa, quadrada e de ordem  $n \geq 10^6$  oriunda da discretização de um sistema de EDP's via diferenças, elementos ou volumes finitos. Esta matriz pode representar várias propriedades diferentes em cada nó da malha de discretização. Por exemplo, em simulação de reservatórios de petróleo cada ponto da malha pode estar relacionado a algumas poucas dezenas de propriedades de interesse: pressões e concentrações de diversos hidrocarbonetos e da água. Estas matrizes fazem parte de sistemas lineares de grande porte,  $Ax = b$ , cuja a solução necessita de métodos iterativos, uma vez que os métodos diretos são inviáveis, pois a fatoração LU dessas matrizes, por características intrínsecas ao problema físico, podem se tornar densas. Os métodos iterativos clássicos (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR) apresentam uma convergência muito lenta. Por sua vez, os métodos iterativos de projeção em subespaços de Krylov precisam de precondicionadores para serem viáveis. Temos estudado precondicionadores que aproximam a inversa da matriz  $A$ ; em especial, versões para matrizes que tenham estruturas em bloco bem definidas [1, 2]. Neste trabalho, vamos apresentar alguns versões para matrizes em bloco, como as descritas acima, de precondicionadores de aproximação da inversa que

---

<sup>1</sup>moisesceni@gmail.com

<sup>2</sup>julia-seki@hotmail.com

<sup>3</sup>luizmc@gmail.com

<sup>4</sup>souza.michael@gmail.com

<sup>5</sup>paulo.goldfeld@gmail.com

foram originalmente propostos apenas para matrizes escalares. Uma vantagem dos preconditionadores que aproximam a inversa em relação aos que aproximam uma fatoração LU de  $A$  é a aplicação do primeiro ser paralela em relação à aplicação sequencial do segundo. Com as máquinas paralelas híbridas, essa vantagem tem dado impulso à busca de novos preconditionadores cuja a aplicação seja paralela. Também, o uso de operações de matrizes em blocos pode aumentar a intensidade computacional dos algoritmos, através do uso de operações nos blocos densos das matrizes envolvidas, diminuindo o tráfego entre os diversos níveis de memória.

## 2 Novas versões em bloco

Vamos apresentar versões em bloco dos preconditionadores propostos em [3–5] e mostrar que estas novas versões são estáveis, no sentido de terminarem seus algoritmos sem quebras. Apresentaremos, também, resultados numéricos iniciais, comparativos com as versões escalares deste preconditionadores.

## 3 Conclusões

Propusemos versões para matrizes em bloco para alguns preconditionadores propostos na literatura para matrizes escalares. Este trabalho dá continuidade a outros, apresentados em CNMAC's anteriores.

## Referências

- [1] M. C. Almeida, L. M. Carvalho e M. Souza. Um método para o Cálculo da Inversa de Matrizes Simétricas e Positivas Definidas em Bloco. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*. v. 5, n.1, 2017, doi: 10.5540/03.2017.005.01.0321.
- [2] M. C. Almeida, L. M. Carvalho e M. Souza. Inversa Aproximada por Blocos e Matrizes M. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*. v. 6, n.2, 2018, doi: 10.5540/03.2018.006.02.0284.
- [3] S. Fujino e Y. Ikeda. An Improvement of SAINV and RIF Preconditionings of CG Method by Double Dropping Strategy. *Proceedings. Seventh International Conference on High Performance Computing and Grid in Asia Pacific Region.*, pp. 142-149. 2004, doi: 10.1109/HPCASIA.2004.1324029
- [4] N. Morita, G. Hashimoto e H. Okuda. Stabilized approximate inverse preconditioning based on A-orthogonalization for parallel finite element analysis. *JSIAM letters* 8, pp 25-28. 2016, doi: 10.14495/jsiaml.8.25.
- [5] D. K. Salkuyeh A Sparse Approximate Inverse Preconditioner for Nonsymmetric Positive Definite Matrices. *J. Appl. Math. & Informatics* Vol. 28, No. 5-6, pp. 1131-1141, 2010.