

## Modelagem Matemática Inversa de um Amortecedor Magnetoreológico

Gustavo Luiz C. M. de Abreu <sup>1</sup>

Matheus Paris Orsi <sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista - UNESP

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Brasil, 56, Centro, Ilha Solteira-SP, Brasil.

**Resumo.** Em um amortecedor convencional, a força gerada é função das propriedades reológicas (viscosidade, elasticidade e plasticidade) do fluido do amortecedor, dos seus parâmetros geométricos e da velocidade relativa de suas extremidades. Por outro lado as propriedades reológicas do fluido no amortecedor magnetoreológico, dependem da corrente elétrica aplicada ao circuito eletro-magnético do amortecedor. Uma das aplicações mais importantes do fluido MR é em amortecedores de vibrações, utilizados principalmente na construção civil, em veículos automotivos e outros sistemas mecânicos sujeitos a excitações que provocam vibrações indesejáveis. Tendo em vista tais propriedades, pode-se controlar a força indiretamente através do controle da intensidade da corrente elétrica. Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um algoritmo para a determinação da corrente elétrica necessária para a realização de uma força de controle desejada em um amortecedor magnetoreológico.

**Palavras-chave.** Amortecedor Magnetoreológico, Modelo Inverso, Controle Semi-Ativo.

### 1 Introdução

Em diversas aplicações de engenharia, os sistemas mecânicos envolvidos estão frequentemente sujeitos as excitações que provocam vibrações indesejáveis. Várias são as estratégias que têm sido propostas para superar este problema. Há soluções simples que empregam materiais visco-elásticos como amortecedores passivos e outros mais sofisticados baseadas no uso de materiais inteligentes e técnicas de controle moderno [1]. De uma maneira geral as técnicas de controle utilizadas neste tipo de problema podem ser classificadas em três grandes grupos: técnicas de controle passivo, ativo e semi-ativo [3].

No campo do controle de vibrações, novos materiais foram desenvolvidos como atuadores e sensores possibilitando o projeto de controladores mais robustos e adaptativos às

---

<sup>1</sup>gustavo.abreu@unesp.br

<sup>2</sup>matheusorsi@gmail.com

variações temporais e/ou paramétricas da planta. Destacam-se aqui os fluidos magneto-reológicos (MR) [1] que estão sendo amplamente aplicados principalmente em amortecedores veiculares [3] e em construções civis [10].

Em um amortecedor convencional, a força é função das propriedades reológicas do fluido do amortecedor, dos seus parâmetros geométricos e da velocidade relativa de suas extremidades. Num amortecedor MR, por sua vez, as propriedades reológicas do fluido dependem da voltagem elétrica aplicada ao circuito eletromagnético do amortecedor. Assim, a força é controlada indiretamente através do controle da intensidade da voltagem elétrica [2]. No entanto, devido a sua complexidade dinâmica, o desenvolvimento de algoritmos para a determinação da voltagem necessária para a realização de uma força de controle apropriada, tem se mostrado uma tarefa difícil na utilização desta tecnologia [1].

Os algoritmos de controle baseados no modelo inverso do amortecedor MR, devido à sua dificuldade de obtenção, são pouco frequentes na literatura [8]. [6] utilizaram arquiteturas ótimas de redes neurais para construir um modelo inverso de um amortecedor MR. [11] desenvolveram um modelo *neuro-fuzzy* inverso de um amortecedor MR e aplicou no controle de vibrações de suspensões veiculares. [9] apresentou um modelo inverso de amortecedores MR baseado num conjunto de modelos simplificados construídos para diferentes faixas de operação do amortecedor. [12] propuseram um modelo inverso simples baseado no modelo modificado de *Dahl*, de forma a obter precisamente a intensidade de corrente de controle esperada. [5] desenvolveram um modelo inverso híbrido, combinando sistemas de inferência nebulosa adaptativa (*ANFIS*) e algoritmo *frog-leaping*.

Este trabalho pretende contribuir com a área de caracterização inversa de amortecedores MR utilizados em suspensões veiculares, desenvolvendo um modelo matemático inverso eficiente de um atuador MR utilizado em diversos trabalhos científicos publicados na área.

## 2 Modelagem Matemática

Para desenvolver algoritmos de controle que utilizem amortecedores MR, um número significativo de modelos matemáticos tem surgido com o objetivo de descrever o comportamento não-linear intrínseco destes dispositivos [7].

O modelo matemático apresentado a seguir é um dos modelos paramétricos mais utilizados na literatura [8]. Neste modelo, a resposta dinâmica dos dispositivos MR é representada por relações semi-empíricas. Entretanto, há outros modelos que se baseiam em formulações mais complexas, porém estes são menos adequados, uma vez que a sua maior complexidade não traz vantagem significativa para a representação do amortecedor MR e apresenta um peso computacional maior.

### 2.1 Modelo de Bouc-Wen Modificado

Para obter modelos mais próximos possível dos resultados experimentais, uma modificação do modelo de Bouc-Wen foi proposta por [7]. Este modelo é mais adequado para descrever o comportamento de dispositivos que apresentam uma rápida queda da força (*roll-off*) quando a velocidade do pistão passa por zero.

As equações que descrevem este modelo são listadas a seguir:

$$F = c_1(u) \dot{y} + k_1 (x - x_0) \tag{1}$$

sendo

$$\dot{y} = \frac{1}{c_0(u) + c_1(u)} [\alpha(u)z + c_0(u) \dot{x} + k_0 (x - y)] \tag{2}$$

e

$$\dot{z} = -\lambda |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \gamma (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + \beta (\dot{x} - \dot{y}) \tag{3}$$

Neste caso, assume-se que  $\alpha$ ,  $c_0$  e  $c_1$  em (1) e (2) são também funções que dependem de uma corrente elétrica ( $v$ ) aplicada na bobina do amortecedor, na forma:

$$\alpha(u) = \alpha_a + \alpha_b u \tag{4}$$

$$c_0(u) = c_{0a} + c_{0b} u \tag{5}$$

$$c_1(u) = c_{1a} + c_{1b} u \tag{6}$$

$$\dot{u} = -\eta (u - v) \tag{7}$$

## 2.2 Modelo Inverso de Bouc-Wen Modificado

Esta seção apresenta, de forma detalhada, o procedimento para obtenção da modelo inverso de Bouc-Wen modificado. Para tal, primeiramente é necessário realizar a discretização do modelo contínuo. O modelo de Bouc-Wen modificado está representado pelas equações: 1, 2 e 3 juntamente com as equações 4 à 7.

Para se realizar a discretização do modelo foi utilizado o método de Euler, onde tem-se o método de Euler com uma diferença para trás (*Backward Euler*), visto na equação 8, onde  $h$  é o passo entre uma amostra e outra e  $k$  é a posição da amostra, assim:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y(t+h) - y(t)}{h} = \frac{y(k) - y(k-1)}{h} \tag{8}$$

Desta forma, utilizando o método de *Backward Euler* na equação 7, resulta em:

$$\frac{u(k) - u(k-1)}{h} = -\eta [u(k) - v(k)] \tag{9}$$

Isolando  $u(k)$  de 9, tem-se:

$$u(k) = \frac{\eta h v(k) + u(k-1)}{1 + \eta h} \tag{10}$$

Como se deseja o modelo inverso onde,  $v = f^{-1}(F, x, \dot{x})$ , isola-se  $v(k)$  na equação 10:

$$v(k) = \frac{(1 + \eta h)u(k) - u(k-1)}{\eta h} \tag{11}$$

O próximo passo é encontrar as outras equações que dependem de  $u(k)$ , ou seja as equações que dependem de 4, 5 e 6. Dessa forma, utilizou-se o método de *Backward Euler* na equação 2, obtendo-se:

$$\dot{y} = \frac{y(k) - y(k - 1)}{h} = \frac{1}{c_0(u) + c_1(u)} [\alpha(u)z(k) + c_0(u) \dot{x}(k) + k_0(x(k) - y(k))] \quad (12)$$

A partir da equação 12 isolou-se  $y(k)$ , resultando:

$$y(k) = \frac{\frac{h}{c_0(u)+c_1(u)} [\alpha(u)z(k) + c_0(u) \dot{x}(k) + k_0x(k)] + y(k - 1)}{[1 + \frac{hk_0}{c_0(u)+c_1(u)}} \quad (13)$$

O mesmo procedimento foi feito para a equação 1, que representa a força aplicada no sistema, obtendo-se:

$$y(k) = \frac{h[F(k) - k_1(x(k) - x_0)]}{c_1(u)} + y(k - 1) \quad (14)$$

Para a discretização da equação 3, a qual representa a variável de Bouc-Wen, o parâmetro  $n$  foi fixado como 2, dessa forma a equação foi reescrita como:

$$\dot{z}(k) = -\lambda \left| \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right| z(k) |z(k)| - \gamma \left( \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right) z(k)^2 + \beta \left( \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right) \quad (15)$$

Aplicando o método de *Backward Euler* na equação 15, afim de se isolar  $z(k)$ , obtém-se:

$$z(k) = [-\lambda \left| \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right| z(k) |z(k)| - \gamma \left( \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right) z(k)^2 + \beta \left( \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right)]h + z(k - 1) \quad (16)$$

Para isolar  $z(k)$ , os termos quadráticos  $z(k)^2$  foram substituídos por  $z(k)z(k - 1)$ , resultando finalmente em:

$$z(k) = \frac{\beta[\dot{x}(k) - \dot{y}(k)]h + z(k - 1)}{[1 + h\lambda \left| \dot{x}(k) - \dot{y}(k) \right| |z(k - 1)| + h\gamma(\dot{x}(k) - \dot{y}(k))z(k - 1)]} \quad (17)$$

sendo:

$$\dot{y}(k) = \frac{y(k) - y(k - 1)}{h}; \dot{x}(k) = \frac{x(k) - x(k - 1)}{h}$$

A partir da equação 13, define-se uma função residual  $f_1(k)$ , na forma:

$$f_1(k) = y(k) - \frac{\frac{h}{c_0(u)+c_1(u)} [\alpha(u)z(k) + c_0(u) \dot{x}(k) + k_0x(k)] + y(k - 1)}{[1 + \frac{hk_0}{c_0(u)+c_1(u)}} \quad (18)$$

e, da mesma forma, a partir da equação 14, define-se uma outra função residual  $f_2(k)$ , descrita por:

$$f_2(k) = y(k) - \frac{h[F(k) - k_1(x(k) - x_0)]}{c_1(u)} - y(k - 1) \quad (19)$$

Utilizando as equações do modelo inverso do amortecedor (equações 11, 13 e 14), foi criado um algoritmo capaz de calcular a corrente de entrada ( $v$ ) para uma determinada força ( $F$ ) ( $calcF$ ). Além disso foi criada duas funções para auxiliarem o programa principal. Uma função é chamada de *secantm* que através do método de *Newton-Raphson* determina (até atingir um erro mínimo pré-estabelecido), simultaneamente, as raízes  $u(k)$  e  $y(k)$  para as equações residuais obtidas (derivadas numericamente): 18 e 19, e os retorna para o programa principal que faz o cálculo de  $v(k)$ , através da equação 11. Já a outra função é chamada de *func* a qual define as funções residuais (equações 18 e 19) utilizadas na função *secantm*, cuja convergência é sempre garantida. Ao final do programa, a corrente elétrica  $v(k)$ , calculada pelo programa principal, é comparada com a corrente elétrica de entrada que gerou a força no programa *calcF*. Para melhor entendimento do funcionamento dos programas foi feito um fluxograma que pode ser visto na figura 1.

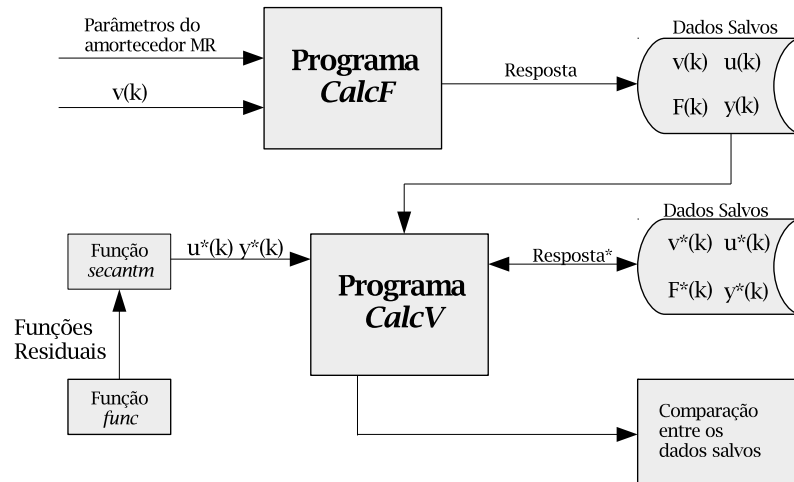


Figura 1: Fluxograma do funcionamento do algoritmo.

### 3 Simulações Numéricas

[4] desenvolveram um trabalho de obtenção dos parâmetros principais ( $c_{0a}$ ,  $c_{0b}$ ,  $k_0$ ,  $c_{1a}$ ,  $c_{1b}$ ,  $k_1$ ,  $x_0$ ,  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $\lambda$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  e  $\eta$ ) do modelo de Bouc-Wen modificado para um amortecedor MR real. No presente trabalho, admitiu-se que o deslocamento ( $x$ ) e velocidade do pistão ( $\dot{x}$ ) são respectivamente descritos por:  $x(k) = \sin(t)$  e  $\dot{x}(k) = \cos(t)$  e que as condições iniciais para  $y$ ,  $u$  e  $z$  foram admitidas nulas. O passo de tempo ( $h$ ) utilizado nas simulações foi de 0.001 segundos.

Após as simulações numéricas realizadas no *Matlab*, comparou-se as tensões entre a entrada que gerou a força  $F$ , que posteriormente foi usada como parâmetro de entrada

para o programa que utilizada o modelo inverso do amortecedor, gerando assim uma corrente que deve ser igual à corrente elétrica de entrada do primeiro programa. A figura 2 mostra a comparação entre as correntes e forças desejadas ( $v$  e  $F$ ) e aquelas calculadas pelo modelo inverso:  $x(k)$  e  $F(k)$ .

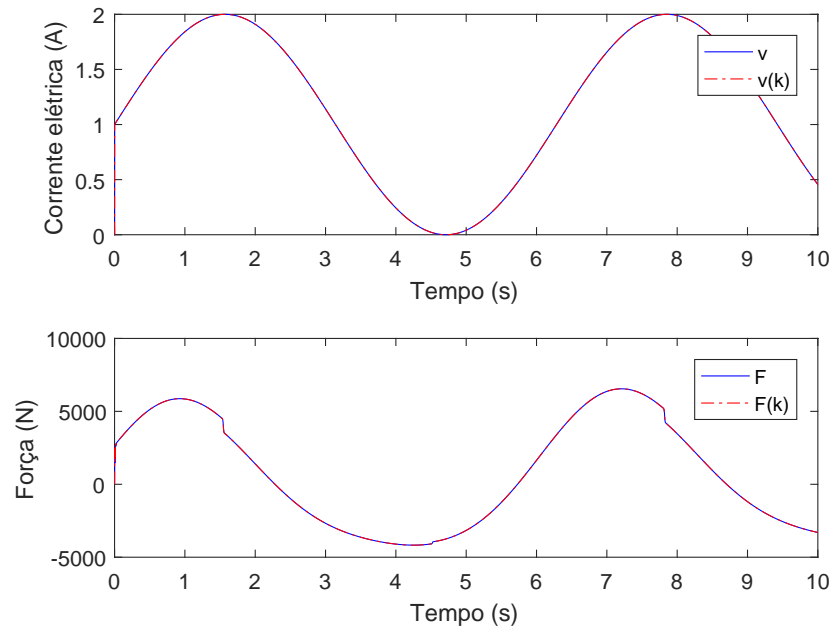


Figura 2: Comparação entre as variáveis  $v$  e  $F$ .

## 4 Conclusões

Neste trabalho, foi apresentado um método para a modelagem inversa de um amortecedor magnetoreológico (MR). O objetivo foi descrever o comportamento do mesmo quando submetido a uma corrente elétrica. Assim, foi proposto o desenvolvimento de um algoritmo para a determinação da corrente elétrica necessária para a realização de uma força de controle desejada em um amortecedor MR. Desta forma, os resultados numéricos apresentados mostraram-se bastante satisfatórios. Numa etapa futura, serão realizados testes experimentais em uma bancada a ser construída e por fim a comparação dos resultados numéricos alcançados.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à *FAPESP* (Processo 2017/14875-0) pelo auxílio financeiro concedido.

## Referências

- [1] G. L. C. M. de Abreu, G. P. Melo e V. Lopes Jr. Fuzzy control embedded in micro-controller and applied to an experimental apparatus using magnetorheological fluid damper, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 24:54–69, 2013. DOI: 10.1007/s40313-013-0012-7.
- [2] S. J. Dyke, B. F. Spencer Jr, M. K. Sain e J. D. Carlson. Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction, *Smart Materials and Structures*, 5:565–575, 1996.
- [3] M. El-Kafafy, S. M. El-Demerdash e A. M. Rabeih. Automotive ride comfort control using mr fluid damper, *Engineering*, 4:179–187, 2012. DOI: 10.4236/eng.2012.44024.
- [4] C. Y. Lai e W. H. Liao. Vibration control of a suspension system via a magnetorheological fluid damper, *Journal of Vibration and Control*, 8:527–547, 2002.
- [5] X. Lin and S. Chen. Optimal inverse magnetorheological damper modeling using shuffled frog-leaping algorithm-based adaptive neuro-fuzzy inference system approach, *Advances in Mechanical Engineering*, 8:1–18, 2016. DOI:10.1177/1687814016662770.
- [6] J. C. O. Rojas, I. I. S. Alcalá, A. F. Ramírez e J. S. Gutiérrez. An inverse model of magnetorheological dampers with optimal neural network architecture. In *Proceedings of the 13th IASME/WSEAS International Conference on Mathematical Methods and Computational Techniques in Electrical Engineering Conference on Applied Computing*. World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS), 2011. ISBN: 978-1-61804-051-0.
- [7] B. F. Spencer, S. J. Dyke, M. K. Sain e J. D. Carlson. Phenomenological model for magnetorheological dampers, *Journal of Engineering Mechanics*, 123:230–238, 1997.
- [8] D. H. Wang e W. H. Liao. Magnetorheological fluid dampers: a review of parametric modelling, *Smart Materials and Structures*, 20:1–34, 2011. DOI:10.1088/0964-1726/20/2/023001.
- [9] M. Wolnica. MR damper inverse modeling dependent on operating conditions, *Mechanics and Control*, 32:82–86, 2014.
- [10] H. Yoshioka, J. C. Ramallo e B. F. Spencer Jr. Smart base isolation strategies employing magneto-rheological dampers, *Journal of Engineering Mechanics*, 128:540–551, 2002.
- [11] L. H. Zong, X. L. Gong, C. Y. Guo e S. H. Xuan. Inverse neuro-fuzzy MR damper model and its application in vibration control of vehicle suspension system, *Vehicle System Dynamics*, 50:1025–1041, 2012. DOI:10.1080/00423114.2011.645489.
- [12] M. Zhu, X. Wei e L. Jia. Building an inverse model of MR damper based on Dahl model, *17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 1148–1153, 2014. DOI:10.1109/ITSC.2014.6957842.