

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise Computacional de uma Transformada Quase-Linear

Leonardo Paiva Ferreira da Costa ¹
PPG-EM, FEN, UERJ

Luiz Mariano Carvalho ²
DMA, IME, UERJ

1 Introdução

Radares de abertura sintética como o SAR (synthetic aperture radar), obtém informações ao monitorar regiões à longa distância, sem necessidade de aumentar o tamanho da antena. Esse tipo de radar destaca-se como alternativa aos radares de abertura real RAR (real aperture radar), que não utilizam o processo de abertura sintética. Este fato tem se mostrado importante para monitoramento de vegetações, derretimento de calotas polares, missões de exploração espacial, e na obtenção de informações sobre o oceano. De forma genérica, a antena do satélite emite um pulso eletromagnético, e este pulso é refletido e refratado pela superfície do oceano. Ao interagir com a superfície oceânica, ocorrem alterações na fase, amplitude e polarização da onda emitida. Estas alterações sofrem influência da rugosidade do oceano, constante dielétrica, e inclinações locais. Resumindo, ao atingir a superfície, o campo elétrico é modificado, e todo o objetivo das análises posteriores é traduzir estas modificações em informação [1]. No artigo [2], foi obtida uma transformada integral fechada e não linear do espectro de ondas. É possível decompor esta equação de forma a obter a chamada transformada quase-linear, e a intenção deste trabalho é implementar e avaliar o comportamento da transformada quase-linear.

2 Espectro de ondas

O espectro de imagem SAR, $P^S(\mathbf{k})$, pode ser obtido por uma transformada integral fechada, segundo [2]

$$P^S(\mathbf{k}) = (2\pi)^{-2} e^{-k_x^2 \xi'^2} \int e^{-ik \cdot \mathbf{r}} e^{-k_x^2 \xi'^2 \langle v^2 \rangle^{-1} f^v(\mathbf{r})} [1 + f^R(\mathbf{r}) + ik_x \beta (f^{Rv}(\mathbf{r}) - f^{Rv}(-\mathbf{r})) + (k_x \beta)^2 (f^{Rv}(\mathbf{r}) - f^{Rv}(\mathbf{0}))(f^{Rv}(-\mathbf{r}) - f^{Rv}(\mathbf{0}))] d\mathbf{r}. \tag{1}$$

Expandindo em série de Taylor o termo, $e^{-k_x^2 \xi'^2 \langle v^2 \rangle^{-1} f^v(\mathbf{r})}$ e fazendo algumas operações

$$P^S(\mathbf{k}) = \exp(-k_x^2 (\xi')^2) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=2n-2}^{2n} (k_x \beta)^m P_{nm}(\mathbf{k}), \tag{2}$$

¹costa.paiva.leo@gmail.com

²luizmc@gmail.com

onde ξ'^2 é a média dos quadrados dos deslocamentos, k_x é o número de onda na direção azimutal, β é a razão entre a distância entre plataforma e o alvo e a velocidade da plataforma SAR, as funções P_{nm} são obtidas através das funções de covariância. Ao fixar o índice n e expandindo com relação ao índice m , podemos obter a transformada quase-linear

$$P_1^S(\mathbf{k}) = \Omega_n [f^v(r) + f^R(r) + i(f^{Rv}(r) - f^{Rv}(-r))], \quad (3)$$

onde $\Omega_n = (2\pi)^{-2} \int \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) dr$, $f^{Rv}(r) = \langle I^R(x+r)v(x) \rangle$ é a covariância da intensidade da imagem RAR e a velocidade orbital v , $f^R(r) = \langle I^R(x+r)I^R(x) \rangle$ é a auto-variância da intensidade da imagem RAR e $f^v(r) = \langle v(x+r)v(x) \rangle$ representa a auto-covariância da velocidade orbital.

No entanto, (2) apresenta ambiguidade direcional, já que o espectro de ondas oceânicas tem comportamento simétrico, $F(-\mathbf{k}) = F(\mathbf{k})$, e devido a perda de informação depois do *cutoff azimutal*, não é possível obter uma inversão única. No artigo [2], é sugerido que, para resolver esse conflito, é necessário introduzir um termo extra de regularização, obtido de um valor inicial sobre o espectro de ondas $F^*(\mathbf{k})$, e aplica-se a transformada quase-linear (3) para desenvolver um esquema iterativo para inverter a transformada não linear (1) através da minimização da função custo J ,

$$J = \int [P(\mathbf{k}) - F^*(\mathbf{k})]^2 d\mathbf{k} + \mu \int \left[\frac{[F(\mathbf{k}) - F^*(\mathbf{k})]^2}{[B + F^*(\mathbf{k})]^2} \right] d\mathbf{k}, \quad (4)$$

onde B é uma constante, $P(k)$ é o espectro de imagem SAR observado e F^* é o espectro de imagem SAR estimado.

Neste trabalho, vamos mostrar os experimentos, com um código implementado em *Python*, para a transformada quase-linear, confirmando que ela é uma aproximação suficientemente boa para a transformação integral original, e posteriormente, vamos analisar a remoção da ambiguidade direcional utilizando um valor inicial para o espectro de ondas.

Agradecimentos

O primeiro autor agradece à CAPES pelo suporte financeiro.

Referências

- [1] Chen, Kun-Shan. Principles of Synthetic Aperture Radar Imaging: A System Simulation Approach. CRC Press, 2015.
- [2] Hasselmann, K., and Hasselmann, S. On the nonlinear mapping of an ocean wave spectrum into a synthetic aperture radar image spectrum and its inversion. Journal of Geophysical Research, 96(C6), 10713, 1991, doi:10.1029/91jc00302