

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelo de Kuramoto em Redes Complexas

Jonas Ferreira de Oliveira ¹

Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia - Universidade Federal de Catalão
Celso Vieira Abud ²

Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia - Universidade Federal de Catalão

1 Resumo

A sincronização espontânea em sistemas interagentes é um fenômeno em que cada elemento ou objeto de um coletivo passa a ajustar sua dinâmica em um único comportamento coerente [1]. Sistemas que apresentam sincronização têm sido identificados em diversas áreas: o pulsar bioluminescente síncrono de um enxame de vaga-lumes [2], células de marcapasso e neurociência [3, 4] são alguns exemplos de sistemas que exibem sincronização.

Um dos arquétipos do fenômeno da sincronização foi proposto na década de 70 por Yoshiki Kuramoto [5] no qual uma grande quantidade de osciladores acoplados acabam por mover-se sobre a mesma frequência de oscilação apesar da diferença entre as frequências naturais impostas para cada oscilador. O modelo de Kuramoto possui uma ampla variedade de padrões de sincronização e pode ser flexível para ser adaptado em outros contextos [6].

Em paralelo aos avanços dos estudos sobre o modelo de Kuramoto, desenvolveu-se a área sobre redes complexas [7]. Redes são um conjunto de objetos e conexões que representam interações ou relações entre estes objetos, também chamados de nós [8]. A teoria dos grafos provê a estrutura básica necessária ao tratamento matemático de redes e constitui a abordagem pioneira nos estudos nesta área.

Um problema importante na área de redes complexas refere-se à determinação das condições topológicas e dinâmicas que levam à emergência de diferentes comportamentos coletivos, entre os quais se destaca o fenômeno conhecido da sincronização [9]. No contexto das redes complexas, sincronização é o fenômeno em que toda a rede ou pelo menos um grupo de nós compartilham alguma propriedade característica da dinâmica dos nós. Sincronização em redes complexas tem atraído um grande interesse devido a suas implicações em diversas áreas como, por exemplo, neurociência [10] e redes de comunicação sem fio [11].

Neste trabalho a topologia de uma rede complexa será abordada a partir da ferramenta NetworkX, um pacote da linguagem Python utilizado para explorar e analisar redes. O pacote NetworkX, provê estruturas de dados que podem representar diversos tipos de

¹jonasferreira@discente.ufg

²cabud@ufg.br

redes, ser adaptadas à dinâmica do modelo de Kuramoto para o estudo da sincronização em redes complexas.

Por fim, objetiva-se estabelecer uma abordagem numérica que permita investigar o fenômeno da sincronização no modelo de Kuramoto em redes complexas. Para tanto, os objetivos específicos são: Utilizar o pacote NetworkX para montagem do modelo de Kuramoto em redes complexas e investigar a transição de fase do estado não sincronizado para o estado sincronizado para o caso da rede complexa a ser analisada.

References

- [1] ACEBRÓN, Juan A. et al. The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena. *Reviews of modern physics*, v. 77, n. 1, p. 137, 2005.
- [2] FLÔRES, Danilo Eugênio de França Laurindo. Investigando a sincronização fótica na natureza. *Revista da Biologia*, 2012.
- [3] OLIVEIRA, Igor Tchaikovsky Mello de. Estimulação elétrica de alta frequência no estriado e seu efeito sobre o comportamento e potencial evocado na via estriado-nigral. Tese de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, 2017.
- [4] BORGES, Rafael R. et al.; Sincronização de disparos em redes neuronais com plasticidade sináptica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 37, n. 2, 2015.
- [5] KURAMOTO, Y. International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics, edited by H. Araki, *Lecture Notes in Physics*, no. 30, p. 420 (Springer, New York), 1975.
- [6] COSS, Owen, et al. Locating and counting equilibria of the Kuramoto model with rank-one coupling. *SIAM Journal on Applied Algebra and Geometry*, vol. 2, no 1, p. 45-71, 2018.
- [7] STROGATZ, Steven H. Exploring complex networks. *nature*, vol. 410, no 6825, p. 268, 2001.
- [8] BOCCALETTI, Stefano, et al. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics reports*, vol. 424, no 4-5, p. 175-308, 2006.
- [9] ARENAS, Alex, et al. Synchronization in complex networks. *Physics reports*, vol. 469, no 3, p. 93-153, 2008.
- [10] FRIES, Pascal. A mechanism for cognitive dynamics: neuronal communication through neuronal coherence. *Trends in cognitive sciences*, vol. 9, no 10, p. 474-480, 2005.
- [11] SIMEONE, Osvaldo; SPAGNOLINI, Umberto. Distributed time synchronization in wireless sensor networks with coupled discrete-time oscillators. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. no 1, p. 057054, 2007.