

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

# Análise da temperatura mínima dos meses de inverno de Lavras (MG) via Inferência Bayesiana

Matheus de Souza Costa <sup>1</sup>

Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria – PPGEAB

Natália Machado dos Santos <sup>2</sup>

Bolsista de Iniciação Científica – Graduanda em Ciência da Computação – Unifal-MG

Luiz Alberto Beijo <sup>3</sup>

Professor do PPGEAB – Departamento de Estatística – Unifal-MG

## 1 Introdução

A previsão de temperaturas mínimas para a cidade de Lavras-MG é importante devido aos efeitos que a geada pode causar em culturas como café, cana-de-açúcar e pastagem. As distribuições Gumbel e a Generalizada de Valores Extremos (GVE) podem ser utilizadas para previsão de ocorrência de temperaturas mínimas associadas a esse fenômeno natural.

Dentre os diversos métodos para estimação de parâmetros dessas distribuições, a metodologia Bayesiana apresenta vantagens na obtenção dos estimadores, entre as quais destaca-se a possibilidade de expressar a incerteza que se tem sobre estes parâmetros através de distribuições de probabilidades a priori [1].

Objetivou-se com este trabalho ajustar as distribuições Gumbel e GVE, via Inferência Bayesiana, aos dados de temperatura mínima dos meses de inverno da cidade de Lavras-MG, e comparar as predições para os tempos de retorno de 10 e 20 anos.

## 2 Metodologia

Os dados utilizados foram obtidos junto aos registro do Instituto Nacional de Meteorologia referente às séries históricas de temperaturas mínimas diárias de Lavras-MG, do período de 1961 a 2018. Considerou-se a temperatura mínima mensal dos meses de inverno: junho, julho e agosto. O clima da região é do tipo Cwa de Köppen, com temperatura média anual de 19 °C e precipitação pluvial média anual em torno de 1530 mm [2].

O conjunto de dados foi dividido em duas partes, sendo a parte inicial para ajuste das distribuições e a parte final para a análise do erro de previsão e da acurácia. A função de distribuição da GVE para mínimos é dada por  $F(x) = 1 - \exp\{-[1 - \xi(x - \mu)/\sigma]^{-1/\xi}\}$ , em que  $\mu$ ,  $\sigma$  e  $\xi$  são os parâmetros de posição, escala e forma, respectivamente, com  $\sigma > 0$ . Com  $\xi \rightarrow 0$  tem-se a distribuição Gumbel.

Considerou-se, na modelagem Bayesiana, prioris não informativas para os parâmetros. Sendo  $\pi(\theta)$  a densidade a priori para o vetor de parâmetros  $\theta$  e  $L(x; \theta)$  a função de verossimilhança, pelo teorema de Bayes tem-se que:  $\pi(\theta|x) \propto \pi(\theta)L(x; \theta)$ , em que  $\pi(\theta|x)$

---

<sup>1</sup>matheusmsc@outlook.com

<sup>2</sup>natalia.ms002@gmail.com

<sup>3</sup>luiz.beijo@unifal-mg.edu.br

é a distribuição a posteriori para  $\theta$ . Utilizou-se a técnica de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) para obter esta distribuição a posteriori. Gerou-se cadeias MCMC de tamanho 120000, com queima de 20000 e salto de 20. Utilizou-se os critérios de Geweke, Heidelberger e Welch, Raftery e Lewis para análise de convergência das cadeias. Para predição de temperaturas mínimas utilizou-se a inversa da função de distribuição ( $F^{-1}(x)$ ).

O erro médio de previsão (EMP), dado em  $^{\circ}\text{C}$ , é dado por:  $EMP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i|$  em que,  $x_i$  e  $\hat{x}_i$  são, respectivamente, a temperatura observada e a prevista para o tempo de retorno “i”, e  $n$  é o número de previsões. A acurácia foi calculada com base na verificação de que o valor observado com o respectivo tempo de retorno está ou não contido no Intervalo de Credibilidade 95%. Utilizou-se o DIC (deviance information criteria) como critério de seleção do melhor modelo. A independência da série foi analisada por meio do teste Ljung-Box (LB) e a análise de tendência realizada pelo teste Mann-Kendall, para ambos considerou-se 5% de significância. Todas as análises estatísticas foram realizadas com auxílio do *software R* e do *software OpenBugs*.

### 3 Resultados

Verificou-se, por meio da análise dos critérios Geweke, Heidelberger e Welch, Raftery e Lewis, que não há indícios de não convergência das cadeias.

Tabela 1: Valores-p dos testes Ljung-Box(LB), Mann-Kendall (MK) e, acurácia e erro médio de previsão (EMP), dado em  $^{\circ}\text{C}$ , obtidos com modelos GVE e Gumbel.

Mês	Testes preliminares		Ajuste da GVE			Ajuste da Gumbel		
	LB	MK	Acurácia	EMP	DIC	Acurácia	EMP	DIC
Jun.	0,9488	0,5699	2	0,23	154,1	0	2,96	154,7
Jul.	0,1245	0,7889	0	2,85	147,5	2	0,84	146,1
Ago.	0,0739	0,9864	2	0,46	126,8	0	1,98	125,4

Analisando-se a Tabela 1, pode-se verificar pelo teste de Ljung-Box, que as observações não apresentaram dependência. Não há indícios de tendência nas séries, conforme o teste de Mann-Kendall. Comparando-se o DIC dos modelos GVE e Gumbel, em cada mês, é possível verificar que não há uma diferença substancial entre os modelos. Tem-se que nos meses de junho e agosto, a distribuição GVE apresentou maior acurácia e menor erro médio de previsão. Por outro lado, no mês de julho, a distribuição Gumbel apresentou melhores resultados em termos de acurácia e precisão.

Os modelos Gumbel e GVE mostraram-se adequados para modelagem das séries de temperatura mínima dos meses de junho, julho e agosto de Lavras-MG. Para modelagem dessas séries, deve-se considerar o ajuste de ambas distribuições.

### Agradecimentos

Agradecimentos ao CNPq pela bolsa de IC.

### Referências

- [1] S. G. Coles and J. A. Tawn. A Bayesian analysis of extreme rainfall data. *Applied Statistics*, 45(4):463–478, 1996.
- [2] A. A. A. Dantas, L. G. de Carvalho, and E. Ferreira. Classificação e tendências climáticas em Lavras, MG. *Ciência e Agrotecnologia*, 31(6):1862–1866, 2007.