Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estimativas de Crescimento e Mortalidade de Populações Estruturadas por Estágios

Jéssica C. Santos Alves[1]
Departamento de Matemática, UFJF, Minas Gerais, Brasil
Daniel A. Gutierrez Pachas[2]
Departamento de Matemática, UFJF, Minas Gerais, Brasil
Sandro R. Mazorche[3]
Departamento de Matemática, UFJF, Minas Gerais, Brasil

Com base em [1], neste trabalho estudamos um método para estimar as taxas vitais (crescimento e mortalidade) do problema da dinâmica de população marinha (PDPM) com dois estágios. Sejam x_1 e x_3 as taxas de mortalidade para os estágios 1 e 2 respectivamente, e x_2 a taxa de crescimento no estágio 1. Escrevemos $y^i(x_1, x_2, x_3, t_k)$ (respectivamente, $y^i(t_k)$) para denotar a solução observada (respectivamente, a solução analítica) do modelo no estágio i no instante de tempo t_k. Considerando N o número de observações o PDPM, como pode ser visto em [2], consiste em determinar x_1, x_2, e x_3 que minimizem o funcional

$$J = \min \sum_{k=0}^{N} \left\{ \sum_{i=1}^{2} \|y^i(x_1, x_2, x_3, t_k) - y^i(t_k)\|^2 \right\}, \tag{1}$$

sujeito as seguintes restrições:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & \leq \ 0, \\ \quad x_1 & \leq \ 0, \\ \quad x_3 & \leq \ 0. \end{cases} \tag{2}$$

Estimar estas variáveis ótimas em diferentes fases e/ou horizontes de tempo é importante para compreender e prever o comportamento de qualquer população. Para resolver numericamente (1)–(2), combinamos a técnica numérica de diferenças finitas (MDF) e o algoritmo de ponto interior FDIPA (em inglês, Feasible Direction Interior Point Algorithm), veja [3], que resolve iterativamente um sistema definido pelas condições de otimalidade.

Resultados Numéricos

Seja $y^1(t) = 1000e^{-1.2t}$ e $y^2(t) = 1000e^{-0.2t} - 500e^{-1.2t}$, a solução analítica do modelo em, [1, Equação (6)]. Testamos o PDPM num cenário determinístico e estocástico. No primeiro caso, as variáveis estimadas são descritas na Tabela 1 com $J = 8.476 \times 10^{-10}$. Representamos a solução numérica na Figura 1(a). No cenário estocástico, foram adicionadas pertubações aleatórias w_k (com distribuição normal de media zero) na função

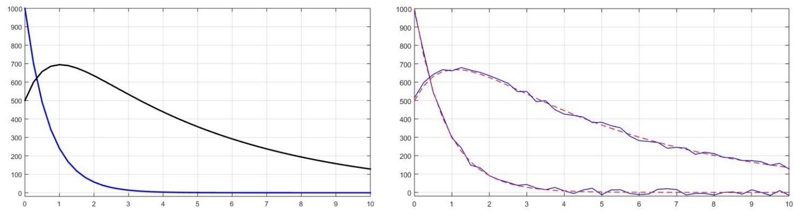
[1] jessica.correia@ice.ufjf.br
[2] daniel.gutierrez@ufjf.edu.br
[3] sandro.mazorche@ufjf.edu.br

objetivo, como segue $y^i(x_1, x_2, x_3, t_k, w_k)$. Neste cenário foram feitas diversas simulações do tipo Montecarlo, sendo uma representada na Figura 1(b).

Variável	Valor exato	Valor estimado
x_1	0.7	0.6159
x_2	0.5	0.4208
x_3	0.2	0.1951

Tabela 1: Resultados numéricos do problema (1)–(2) no intervalo $[0, 10]$ e $N = 40$.

Em ambos os cenários o FDIPA foi eficiente e robusto na busca da solução numérica do problema.O próximo passo é estender este modelo para mais estágios e adicionar aleatoriedade nas condições descritas em (2). Por fim, este trabalho é consequência dos seminários das disciplinas de Otimização e Introdução ao Método de Diferenças Finitas oferecidas pelo Mestrado Acadêmico em Matemática da UFJF.



(a) Determinístico. (b) Estocástico.

Figura 1: Representação das soluções do PDPM nos cenários determinístico e estocástico.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil(CAPES)-Código de Financiamento 001.

Referências

[1] B. J. Rothschild, A. F. Sharov, A. J. Kearsley, e A. S. Bondarenko. Estimating Growth and Mortality in Stage-Structured Populations. *Journal of Plankton Research* , pp. 1913-1928, 1997.

[2] E. D. Dolan, J. J. Moré e T. S. Munson Benchmarking Optimization Software with COPS 3.0. Disponível em $\langle https://www.mcs.anl.gov/\ more/cops/cops3.pdf\rangle$. Acesso em 05 de fevereiro de 2019.

[3] Herskovits J. A Feasible Directions Interior Point Technique for Nonlinear Optimization. *JOTA, Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 99, n. 1, p. 121-146, 1998.