

## Introdução aos Códigos de Subespaços

Christofer Rossani Queiroz <sup>1</sup>

CPAq - UFMS

Leandro Bezerra de Lima<sup>2</sup>

CPAq - UFMS

### 1 Introdução

Koetter e Kschischang mostraram que uma maneira alternativa e eficiente, sob certas condições, para controle de erros em codificação de rede (Network Coding) é utilizar códigos de subespaços, que são códigos construídos sobre o espaço projetivo [2]. Espaço projetivo de ordem  $m$  sobre o corpo finito  $\mathbb{F}_q$ , denotado por  $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^m)$ , é o conjunto de todos os subespaços no espaço vetorial  $\mathbb{F}_q^m$ . O espaço projetivo munido de uma métrica, nesse caso, a métrica de subespaço  $d(X, Y) = \dim(X) + \dim(Y) - 2\dim(X \cap Y)$  é um espaço métrico [1, 7]. Com isto, um código de subespaço  $\mathcal{C}$  com parâmetros  $(n, M, d)$  no espaço projetivo é um subconjunto de  $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^m)$  de tamanho  $M$  com a distância de subespaço entre quaisquer duas palavras código de pelo menos  $d$  [3]. Esses códigos de subespaços construídos no espaço projetivo  $\mathbb{P}(\mathbb{F}_q^m)$  utilizam o canal de subespaço apenas uma vez. Uma possibilidade para obter códigos de subespaços com boas taxas e boas capacidades de correções de erros, sem a necessidade de aumentar o tamanho do corpo finito  $\mathbb{F}_q$ , ou do comprimento do vetor  $m$ , é permitir a utilização do canal  $n$  vezes, ou seja, codificar a informação em uma sequência de subespaços a ser enviada e não apenas em um único subespaço, a esse novo código dá-se o nome de códigos de subespaços  $n$ -shot [6].

### 2 Resultados

Neste trabalho, inicia-se considerando um canal de comunicação denominado canal de subespaço, após essa consideração, apresentamos o conceito de métrica de subespaço, no qual são estudados os chamados códigos de subespaços, em especial, abordaremos os conceitos de códigos de subespaços geometricamente uniforme, que são códigos com propriedades algébricas e geométricas interessantes tanto do ponto de vista matemático quanto de comunicações, além de possuírem eficientes algoritmos associados ao processo de decodificação, apresentamos também uma classe de códigos de subespaços  $n$ -shot geometricamente uniforme por meio da utilização do canal  $n$  vezes [4, 5].

---

<sup>1</sup>christofer.rossani@gmail.com

<sup>2</sup>leandro.lima@ufms.br

## Referências

- [1] A. Khaleghi, D. Silva, and F.R. Kschischang, Subspace Codes, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 5921, pp. 1-21, 2009.
- [2] R. Koetter and F. Kschischang, Coding for Errors and Erasures in Random Network Coding, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, n.º 8, pp. 3579-3591, Aug. 2008.
- [3] A. Kohnert and S.Kurz, Construction of Large Constant Dimension Codes with a Prescribed Minimum Distance, in *Mathematical Methods in Computer Science, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 5393, pp. 31-42, Dec. 2008.
- [4] L. B. Lima. Contribuições em codificação no espaço projetivo e proposta de códigos quânticos de subespaços na grassmanniana. Tese Doutorado em Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Unicamp. Campinas, 2017.
- [5] L. B. Lima and R. Palazzo Junior, Geometrically uniform n-shot subspace codes, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 57, pp. 47-54, 2017.
- [6] R. Nóbrega and B. Uchôa-Filho, Multishot Codes for Network Coding: Bounds and a Multilevel Construction, in *Proceedings of the 2009 IEEE International Symposium on Information Theory - ISIT-09*, Seoul, South Korea, Jun. 2009.
- [7] D. Silva and F. R. Kschischang and R. Köetter, Communication over finite-field matrix channels, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, n.º2, pp. 1296-1305, 2010.