Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise de Métodos na Resolução Numérica de Problema de Valor Inicial

Gabriel O. Almeida [1]
Rafael L. Sterza [2]
Analice C. Brandi [3]
Departamento de Matemática e Computação, FCT, UNESP, Presidente Prudente, SP

1 Introdução

A teoria de equações diferenciais ordinárias (EDOs) é objeto de intensa atividade de pesquisa, pois além da utilidade de tais equações na modelagem de muitos fenômenos que ocorrem nas mais diversas áreas do conhecimento, seu estudo é motivado pelo interesse intrinsecamente matemático que estas equações possuem [1]. Há métodos que resolvem analiticamente uma equação diferencial ordinária, todavia nem sempre é possível obter uma solução analítica. À vista disso, os métodos numéricos são uma ferramenta eficaz para se encontrar uma solução aproximada. Neste contexto, o objetivo desse trabalho trata da implementação e da comparação de métodos numéricos para a solução de equações diferenciais ordinárias, em específico, para problemas de valor inicial (PVI).

2 Formulação Matemática e Numérica

O PVI é um problema de evolução, dado por uma equação diferencial, no qual a informação inicial, que é conhecida, é propagada no interior do domínio, ou seja, é constituída por:

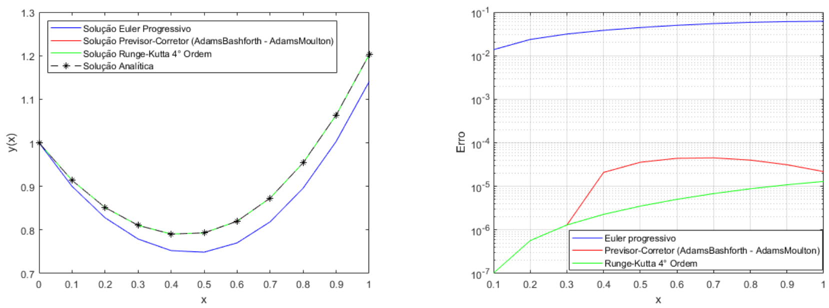
$$\begin{aligned} &y'(x) = f(x, y(x)), \quad x \in [a, b] \\ &y(x_0) = y_0. \end{aligned} \tag{1}$$

A estratégia inicial para resolução deste problema é definida pela malha, um conjunto finito de pontos pertencentes ao domínio, são de suma importância para viabilizar a solução do PVI [2]. Para isso, utilizou-se o método de diferenças finitas, definido a partir da série de Taylor, com intuito de substituir as derivadas presentes na equação diferencial por aproximações numéricas.

[1]gabriel.almeida@unesp.br
[2]rlsterza@gmail.com
[3]analice.brandi@unesp.br

3 Resultados Numéricos

Considere um PVI (1), dado pela equação diferencial $y'(x) = x^3 + 2x + \frac{x^2(1+3x^2)}{1+x+x^3} + -y\left(x + \frac{1+3x^2}{1+x+x^3}\right)$, com valor inicial dado por $y(0) = 1$ para todo $x \in [0,1]$, cuja solução é conhecida por $y(x) = \frac{e^{\frac{-x^2}{2}}}{1+x+x^3} + x^2$. Será considerado espaçamento fixo $h = 0.1$.



(a) Soluções numéricas e analítica. (b) Erro absoluto na escala logarítmica.

Figura 1: Solução Numérica do PVI.

É notório que, na Figura 1(a), o método de Euler mostrou-se distanciar da solução analítica, já que possui ordem linear $O(h)$, e os demais métodos demonstram o contrário, uma vez que, possuem ordem maior. Com intuito de diferenciar os resultados, são evidenciados para cada método em escala logarítmica na Figura 1(b), o seu erro absoluto.

4 Conclusões

Dado o exposto, é evidente a eficácia nos resultados dos métodos de quarta ordem, sendo que, o método de Runge-Kutta obteve melhores aproximações. Já o método de Euler, apesar de ter apresentado um erro maior em comparação aos demais métodos, manteve-se em concordância com a solução analítica.

Agradecimentos

Agradecemos o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo seu programa PIBIC e auxílio financeiro no desenvolvimento deste trabalho.

Referências

[1] S. Arenales and A. Darezzo. *Cálculo Numérico: aprendizagem com apoio de software*. Cengage Learning, São Paulo, 2013.

[2] M. C. C. Cunha. *Métodos numéricos*. Editora da UNICAMP, Campinas, 2000.