

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Previsão e Núcleo de Inflação: uma abordagem baseada em *Wavelets* e Redes Neurais

Cristina Zaniol<sup>1</sup>

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada - UFRGS

Jean Carlo Moraes<sup>2</sup>

Professor do Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada - UFRGS

**Resumo.** O controle inflacionário tem ganhado muita importância nos estudos econômicos nas últimas décadas, principalmente devido a adoção de metas para inflação a partir da década de 90, utilizada como política monetária por diversos países. Para fazer uma análise da inflação, uma medida que separa componentes persistentes e transitórios de um índice de inflação tem se mostrado importante. Na literatura, esta medida é conhecida como Núcleo de Inflação. Neste trabalho, são propostos Núcleos de Inflação baseados em wavelets das famílias Daubechies e Symlets, sendo utilizadas Redes Neurais para previsão da inflação para diversos horizontes de tempo. Os resultados de previsão são comparados com as previsões obtidas a partir dos Núcleos de Inflação utilizados pelo Bacen. Conclui-se que os núcleos baseados em wavelets apresentam um resultado superior quando comparado com os núcleos oficiais.

**Palavras-chave.** Inflação, Núcleo de Inflação, Wavelet, Redes Neurais.

### 1 Introdução

A inflação, embora um fenômeno bem retratado, suscitou discussões ao longo das últimas décadas devido o seu grande impacto em todas as esferas da sociedade, desde do planejamento familiar até a alocação de recursos de agentes financeiros e estatais. O controle inflacionário ganhou importância nos estudos econômicos, principalmente a partir dos anos 60, com vários casos de *hiperinflação*. No início da década de 90, vários países adotaram metas para a inflação, entre eles Austrália e Nova Zelândia [14]. Nestes países, aliado ao uso de estratégia de controle inflacionário, foi incorporado o uso do Núcleo de Inflação, uma ferramenta que possibilita o acompanhamento da inflação desconsiderando ruídos de curto prazo.

O Núcleo da Inflação representa tanto uma tendência, quanto um indicador da inflação futura. Assim, a inflação pode ser descrita através de uma componente persistente, o núcleo, e outra transitória, que representa um ruído [5, 7, 14]. Matematicamente, podemos descrever a inflação como

$$\pi_t = \pi_t^* + \epsilon_t, \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>criszaniol@gmail.com.

<sup>2</sup>jean.moraes@ufrgs.br.

onde  $\epsilon_t$  é a volatilidade presente no índice cheio, que representa uma transitoriedade do índice de inflação,  $\pi_t$ , que quando descartada resta apenas o Núcleo de Inflação,  $\pi_t^*$ . O problema do cálculo do Núcleo de Inflação está justamente em como separar estes dois componentes, o permanente e o transitório. Não há consenso sobre o que constitui um Núcleo de Inflação ideal, mas normalmente utiliza-se um conjunto de critérios para avaliá-los, em que deve satisfazer ao menos estes: redução de volatilidade e capacidade preditiva da inflação [3, 5, 12].

No Brasil, o Banco Central (Bacen) calcula alguns núcleos baseados no IPCA, entre eles os núcleos de exclusão (IPCA-EX), o de médias aparadas, com (IPCA-MS) ou sem suavização (IPCA-MA), e o de dupla ponderação (IPCA-DP) [14]. Essas medidas de núcleo são divulgadas periodicamente nos documentos oficiais do Comitê de Política Monetária (Copom); entretanto, ainda que os núcleos sejam considerados nos estudos sobre a evolução da inflação, utiliza-se apenas o IPCA para definição da meta. Tanto o IPCA, quanto as medidas de núcleo de inflação oficiais utilizadas neste trabalho, foram obtidos no Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Bacen [4], sendo delimitadas no período de julho de 2006 a janeiro de 2019.

Neste trabalho, são propostos núcleos de inflação baseado em wavelets e, para verificar a sua capacidade preditiva, estes são comparados com as previsões gerada com Redes Neurais a partir dos núcleos de inflação oficiais calculados pelo Bacen. A abordagem adotada para a previsão da inflação são as Redes Neurais, que possibilitam o tratamento de dados altamente complexos sem a descrição de um modelo analítico específico [1, 9]. Ainda que haja estudos que utilizem wavelets para o cálculo do núcleo de inflação [2, 5, 8, 10], destaca-se que a utilização conjunta de wavelets e Redes Neurais não foi encontrada na literatura.

Este trabalho está dividido em: Seção 2 e 3 apresentam o arcabouço teórico para o desenvolvimento do modelo, cujos resultados são apresentados na Seção 4 e, em seguida, são tecidas algumas considerações finais na Seção 5.

## 2 Wavelets

Wavelets são famílias de bases ortonormais que podem ser usadas para representar funções. Desde o surgimento da técnica, wavelets têm sido usadas com êxito em várias aplicações para remover ruídos e desvelar o verdadeiro sinal. Em  $L^2(\mathbb{R})$ , bases de wavelets são obtidas através de translações e dilatações de uma função escala  $\psi$ , em que os elementos da base são:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a > 0, \quad (2)$$

com  $a$  e  $b$  representando os parâmetros de escala e de translação, respectivamente. Na forma discreta, a wavelet é escrita como

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{a_0^{m/2}}\psi(a_0^{-m}t - nb_0), \quad (3)$$

onde  $m$  e  $n$  tem a mesma função que  $a$  e  $b$  na Equação 2, com  $a = a_0^m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$  e  $a_0 \neq 1$ ; e  $b = nb_0 a_0^m$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Para reescrever a série temporal como uma representação

multirresolução (decomposição das funções em componentes de diferentes volatilidades), define-se os coeficientes de detalhe e de aproximação. O coeficiente de detalhe é dado por

$$T_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{m,n}(t)dt, \quad (4)$$

e o coeficiente de aproximação,

$$S_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\phi_{m,n}(t)dt. \quad (5)$$

A aproximação na escala  $m$  é definida por

$$f_m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{m,n}\phi_{m,n}(t) \quad (6)$$

e os detalhes,

$$d_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{m,n}\psi_{m,n}(t). \quad (7)$$

Desta forma, é possível reescrever uma série temporal como a soma da aproximação e dos detalhes, em que

$$f(t) = f_{m_0}(t) + \sum_{m=-\infty}^{m_0} d_m(t). \quad (8)$$

Os detalhes  $d_m$  são relacionados com os componentes de mais alta frequência da série temporal (maior volatilidade) e  $f_m$ , de mais baixa frequência (menor volatilidade) [6, 11, 13]. Assim, é possível diferenciar frequências, reconstruindo a série temporal apenas com os elementos mais significativos para a análise, excluindo os detalhes que correspondem a uma maior volatilidade do sinal, uma vez que estes representam componentes transitórios da inflação descrito na Equação 1.

O cálculo do núcleo de inflação baseado em wavelets foi conduzido da seguinte forma: a partir do IPCA, foram calculadas decomposições em cinco níveis e, na reconstrução, foram mantidos apenas três níveis de detalhes (frequências referentes ao período até 16 meses). Desta forma, o sinal torna-se mais suave e tende a representar a tendência da inflação. As wavelets utilizadas são da família das Daubechies e Symlets, mais especificamente: *db2*, *db4*, *db6*, *db8*, *db10*, *sym3*, *sym4*, *sym6*, *sym8*, *sym10* [11]. Estas medidas de núcleo, então, foram utilizadas como dado de entrada para uma Rede Neural, como será discutido a seguir.

### 3 Redes Neurais

As Redes Neurais são algoritmos com habilidade de aprendizagem, generalizando padrões que podem ser utilizados na classificação e na predição [1, 9]. Um Rede Neural pode ser representada por um conjunto de neurônios, onde cada neurônio  $k$  pode ser matematicamente representado por

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj}x_j, \quad (9)$$

onde  $w_{kj}$  é o peso utilizado pelo neurônio  $k$  para um dado de entrada  $x_j$ . A resposta da Rede Neural,  $y_k$ , é dada por

$$y_k = \sigma(v_k), \quad (10)$$

onde

$$v_k = u_k + b_k, \quad (11)$$

com  $b_k$  representando um erro associado ao modelo gerado pela Rede Neural; e  $\sigma(\cdot)$  é uma função de ativação, cuja finalidade é análoga às sinapses do neurônio: inibir ou excitar a transmissão da informação quando é ultrapassado determinado limiar.

A Rede Neural (Figura 1) é organizada em camadas: dados de entradas, camada de processamento e saída. Como dados de entrada, são utilizados os núcleos de inflação e o IPCA, com *lag* de 12 e 4, respectivamente, isto é, utilizando a representação temporal,

$$y(t) = \sigma(y(t-1), y(t-2), y(t-3), y(t-4), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-11), x(t-12)). \quad (12)$$

Na camada de processamento, há apenas uma camada escondida com  $n$  neurônios, com  $n$  variando de 1 a 50, e a *função de transferência linear positiva* é adotada como função de ativação. Por fim, a saída, que é uma previsão para o IPCA em um horizonte de tempo determinado. Os melhores resultados são apresentados na Seção 4.

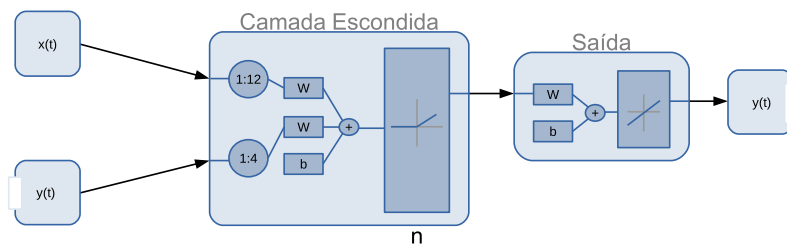


Figura 1: Arquitetura da Rede Neural com  $n$  neurônios na camada escondida.

O algoritmo de aprendizagem adotado foi o SCG (*Scaled Conjugate Gradient*) e o Erro Quadrático Médio (EQM) foi utilizado como critério de performance. Os dados foram divididos assim: 60% foram utilizados para o treinamento, 10% para validação e 30% para teste. Os resultados de predição são apresentados na seção a seguir.

## 4 Resultados

Na Figura 2 são apresentadas as aproximações do IPCA geradas pela Rede Neural com a utilização dos núcleos de inflação, tanto oficiais, quanto os baseados em wavelets. Os dados se referem ao período de julho de 2006 a janeiro de 2019, período no qual há disponibilidade da série histórica para o IPCA-EX2 e IPCA-EX3 para comparação com os demais núcleos. Os resultados apresentados referem-se a melhor performance da Rede Neural para uma quantidade de neurônios entre 1 e 50, comparado pelo EQM.

Note que, como o modelo apresenta um *lag* de 12 meses, a aproximação é calculada apenas para o mês de agosto de 2007 em diante. Para os núcleos oficiais, destaca-se que o IPCA-MA superestima o IPCA, assim como o IPCA-EX1 no final de 2017 ao final de

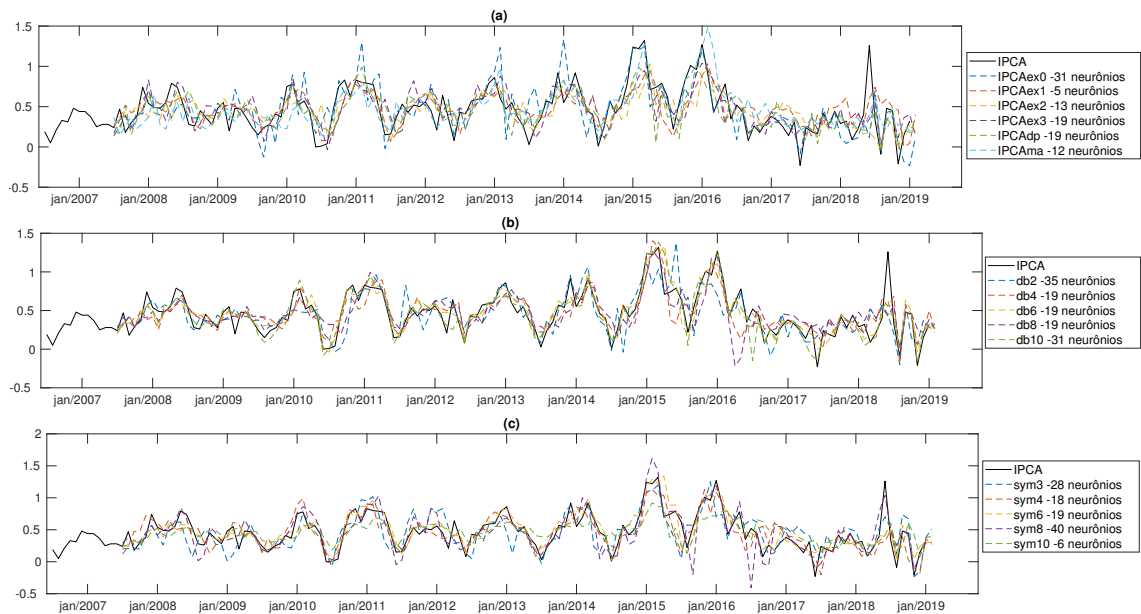


Figura 2: Resultado da aproximação do IPCA com núcleos de inflação: (a) índices oficiais, (b) medidas obtida com Daubechies e (c) com as Symlets.

2018; já para os núcleos baseados nas daubechies, embora haja alguns valores que divergem da tendência da inflação (*db2* e *db8*), em geral as medidas conseguem representar bem o IPCA. Por fim, as medidas baseadas nas symlets apresentaram comportamento semelhante as daubechies, onde a *sym8* foi a que se mostrou mais díspar em relação a evolução do IPCA.

A Tabela 1 apresenta os melhores resultados de performance, isto é, aqueles com menor EQM, assim como o Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ), uma medida de explicação do modelo e seu ajustamento ao valor observado do IPCA. Para verificar a capacidade preditiva de cada um dos modelos gerados pela Rede Neural, foram realizados testes para diversos horizontes de tempo. Para cada um deles, a Rede Neural é retreinada com dados até o mês  $k$  e são realizadas previsões para um  $(k + 1)$ , três  $(k + 3)$ , seis  $(k + 6)$ , nove  $(k + 9)$  e doze meses  $(k + 12)$ .

Uma primeira análise resulta do número de neurônios utilizados: a maioria deles necessita apenas entre 10 e 20 neurônios. Muitos neurônios podem gerar uma resposta superestimada e, com poucos neurônios, subestimada. Nota-se que o EQM para o treinamento de todos os núcleos foram inferiores a 0,05; para validação, inferiores a 0,10; e, por fim, no teste, apenas o IPCA-EX0 e o *db2* ultrapassaram 0,10.

Com a análise da capacidade de explicação do modelo, pode-se observar que os melhores resultados obtidos foram a partir dos núcleos baseados em wavelets. Destacam-se, por sua capacidade de explicação do IPCA, os seguintes núcleos: *db10*, *db6*, *sym6* e *sym8*.

Por fim, em relação à capacidade preditiva, o núcleo *sym8* apresentou resultados mais consistentes para a previsão, apresentando o menor erro de previsão para  $k + 3$ ,  $k + 6$  e

Tabela 1: Erro Quadrático Médio (EQM) e Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ) da previsão gerada pela Rede Neural de uma camada escondida.

	Neurônios	EQM da Rede Neural			EQM da Previsão					$R^2$
		Treino	Validação	Teste	k+1	k+3	k+6	k+9	k+12	
IPCA-EX0	31	0.0076	0.0619	0.1339	0.0512	0.0122	0.0058	0.0187	0.0164	0.5003
IPCA-EX1	5	0.0408	0.0400	0.0747	0.0510	0.0755	0.0457	0.0757	0.1923	0.3768
IPCA-EX2	13	0.0380	0.0499	0.0809	0.0522	0.0065	0.0094	0.0663	0.0745	0.3621
IPCA-EX3	19	0.0430	0.0322	0.0725	0.0508	0.0295	0.0210	0.0343	0.0274	0.3941
IPCA-DP	19	0.0344	0.0255	0.0935	0.0513	0.0207	0.0255	0.0402	0.0332	0.3940
IPCA-MA	12	0.0390	0.0668	0.0642	0.0494	0.0146	0.0185	0.0354	0.0320	0.4253
db2	35	0.0140	0.0333	0.1025	0.0427	0.0232	0.0133	0.0455	0.0387	0.5148
db4	19	0.0283	0.0264	0.0536	0.0358	0.0170	0.0189	0.0278	0.0206	0.5652
db6	19	0.0083	0.0176	0.0431	0.0198	0.0100	0.0102	0.0229	0.0176	<b>0.7599</b>
db8	19	0.0419	0.0179	0.0677	0.0473	0.0150	0.0176	0.0441	0.0430	0.4367
db10	31	0.0051	0.0051	0.0455	0.0173	0.0091	0.0046	0.0356	0.0268	<b>0.8037</b>
sym3	28	0.0340	0.0300	0.0827	0.0483	0.0225	0.0621	0.0823	0.0336	0.4876
sym4	18	0.0282	0.0152	0.0655	0.0381	0.0199	0.0132	0.0290	0.0172	0.5645
sym6	19	0.0117	0.0126	0.0497	0.0233	0.0106	0.0110	0.0240	0.0184	<b>0.7238</b>
sym8	40	0.0080	0.0410	0.0724	0.0308	0.0010	0.0016	0.0194	0.0157	<b>0.7030</b>
sym10	6	0.0414	0.0177	0.0756	0.0494	0.0090	0.0201	0.0409	0.0337	0.4025

$k + 12$ . Entre as daubechies, a *db6* consegue um resultado dentre os três melhores para  $k + 1$ ,  $k + 9$  e  $k + 12$ , seguida pela *db10*, para  $k + 1$  e  $k + 6$ . Os núcleos de inflação oficiais tiveram um desempenho aquém quando comparados com as wavelets, figurando entre os melhores resultados, em primeiro lugar, o IPCA-EX0 que, embora não consiga explicar muito mais da metade do modelo, consegue previsões entre os três menores erros em  $k + 6$ , em  $k + 9$  e em  $k + 12$ , e, em segundo, o IPCA-EX2, em  $k + 3$  e em  $k + 6$ .

## 5 Conclusões

Os resultados obtidos neste trabalho indicam que várias medidas de núcleo apresentadas possuem um resultado mais satisfatório na predição da inflação que os núcleos adotados pelo Bacen; não obstante, quando analisados o coeficiente de determinação, as wavelets possuem, em geral, um resultado superior àqueles gerados a partir dos núcleos oficiais. Desta forma, há indícios que os núcleos de inflação baseados em wavelets sejam mais apropriadas para a previsão e, conseqüentemente, para o auxílio no delineamento das metas de inflação que as medidas atualmente utilizadas pelo Bacen. Estudos futuros incluem novas arquiteturas de redes, com mais camadas escondidas, e também a utilização de outros dados macroeconômicos para a predição da inflação.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Referências

- [1] A. K. Alexandridis, and A. D. Zapranis. *Wavelet neural networks: with applications in financial engineering, chaos, and classification*. John Wiley & Sons, 2014.
- [2] A. A. Denardin, A. Kozakevicius, A. A. Schmidt. Avaliação Da Medida De Núcleo De Inflação Baseada No Método Wavelet Para O Brasil. *Proceedings of the 44th Brazilian Economics Meeting*, 2018.
- [3] BANCO CENTRAL DO BRASIL. Relatório de inflação: Viés e Capacidade Preditiva das Medidas de Inflação Subjacentes - Dezembro 2018. *Comitê de Política Monetária*, 2018. Url: <https://bit.ly/2soy3Xd>.
- [4] BANCO CENTRAL DO BRASIL. SGS - Sistema Gerenciador de Séries Temporais - v2.1. Url:<https://bit.ly/1ivyjfd>
- [5] D. Baqaee. Using wavelets to measure core inflation: The case of New Zealand. *The North American Journal of Economics and Finance*, volume 21, número 3, p. 241-255, 2010. DOI: 10.1016/j.najef.2010.03.003.
- [6] C. Chui and Q. Jiang. *Applied Mathematics: Data Compression, Spectral Fourier Analysis, Wavelets, and Applications*. Mathematics Textbooks for Engineering. Atlantis Press, 2013.
- [7] T. Cogley. A simple adaptive measure of core inflation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 34(1), p. 94-113. DOI: 10.1353/mcb.2002.0027
- [8] K. Dowd, J. Cotter, L. Loh. US core inflation: A wavelet analysis. *Macroeconomic Dynamics*, volume 15, número 4, p. 513-536, 2011. DOI: 10.1017/S1365100510000179
- [9] S. Haykin. *Neural Networks and Learning Machines*, vol.10, Prentice Hall, 2009.
- [10] E. Lahura, M. Vega. Evaluation of Wavelet Based Core Inflation Measures: Evidence from Perú. *Documento de Trabajo*, Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú, número 320, 2011.
- [11] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Third Edition: The Spa Academic Press, 3rd edition, 2008.
- [12] C. R. Marques, P. D. Neves, L. M. Sarmiento. Evaluating core inflation indicators. *Economic modelling*, volume 20, número 4, p. 765-775, 2003. DOI: 10.1016/S0264-9993(02)00008-1.
- [13] Y. Nievergelt. *Wavelets Made Easy*. Birkhauser, 1999.
- [14] T. N. T. Silva Filho, F. M. R. Figueiredo (2011). Has core inflation been doing a good job in Brazil?. *Revista Brasileira de Economia*, 65(2), p. 207-233, 2011. DOI: 10.1590/S0034-71402011000200005.