Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Utilização do Modelo Conforme em Álgebra Geométrica na interpretação de blades como circunferências

Alysson Matos de Souza [1]
Departamento de Ciências Exatas, UFVJM, Teófilo Otoni, MG
Nolmar Melo [2]
Departamento de Ciências Exatas, UFVJM, Teófilo Otoni, MG

1 Introdução

Um Modelo de Geometria é utilizado para prover interpretação geométrica prática a elementos de Álgebra Geométrica e, por conseguinte, pode ser usado para resolver problemas práticos, com uma vocação tal qual possui a Álgebra Linear. Após a escolha de uma métrica para $\mathbb{R}^n$, as intepretações geométricas ocorrem em um espaço d-dimensional (espaço-base) imergido em outro n-dimensional (espaço de representação), com $n \geq d$.

O Modelo Conforme é concebido para trabalhar de forma natural com transformações de similaridade. Para isso, carece de uma métrica tal que o produto interno de vetores p e q interpretados como pontos finitos seja diretamente proporcional ao quadrado da distância Euclidiana. Uma maneira de definir tal métrica é assumir

$$Q(p,q) = p \cdot q = -\frac{1}{2} d_E^2(p,q), \tag{1}$$

onde $d_E^2(p,q)$ representa o quadrado da distância Euclidiana entre os vetores p e q.

Agora, suponha $\mathbb{R}^{d,0}$ um espaço-base Euclidiano d-dimensional, com base vetorial $\{e_i\}_{i=1}^d$. Para uma interpretação geométrica mais conveniente, incluímos duas dimensões extras: e_o, um vetor nulo interpretado como ponto de origem, e e_∞, um vetor nulo interpretado como único ponto no infinito. Escrevendo $e_o = \frac{1}{2}(e_+ + e_-)$ e $e_\infty = (e_- - e_+)$, onde $(e_- \cdot e_-) = -1$ e $(e_+ \cdot e_+) = 1$, temos a base vetorial $\{e_o, e_1, e_2, \cdots, e_d, e_\infty\}$ para o espaço de representação $(d+2)$-dimensional, com matriz de métrica indicada na Tabela 1.

Portanto, dispondo dessa base vetorial, vetores geometricamente interpretados como pontos finitos unitários são escritos na forma abaixo, enquanto os finitos gerais são do tipo $g = \gamma p$, para $\gamma \in \mathbb{R}$ e $\gamma \neq 0$.

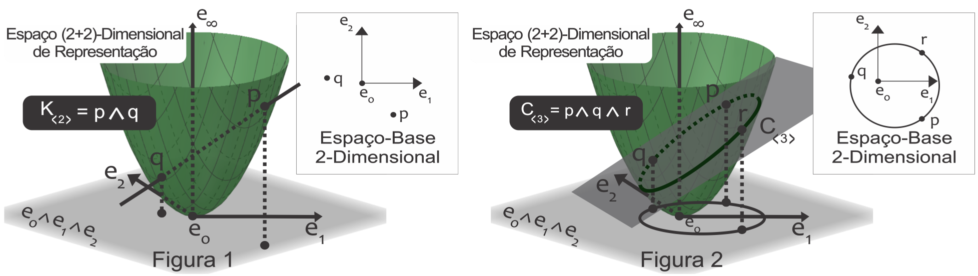
$$p = e_o + \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \cdots + \alpha_d e_d + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d}(\alpha_i^2) e_\infty. \tag{2}$$

[1] alysson.ns.matos@gmail.com
[2] nolmar.melo@ufvjm.edu.br

$\cdot$	e_o	e_1	e_2	$\cdots$	e_d	e_∞
e_o	0	0	0	$\cdots$	0	-1
e_1	0	1	0	$\cdots$	0	0
e_2	0	0	1	$\cdots$	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
e_d	0	0	0	$\cdots$	1	0
e_∞	-1	0	0	$\cdots$	0	0

Tabela 1: Matriz de métrica que codifica o produto interno de vetores na base indicada.

Considere o espaço-base 2-dimensional. A inserção da coordenada associada a e_∞ como o somatório do quadrado da distância Euclidiana (equação (2)) produz como consequência um paraboloide. O vetor e_o é tratado como dimensão homogênea e origem do espaço homogêneo 3-dimensional. A localização dos pontos finitos no paraboloide se dá pela projeção ortográfica desses pontos.



Na Figura 1, o produto externo de dois pontos define um par de pontos (uma 0-esfera). Já na Figura 2, o produto externo de três pontos define um círculo (uma 1-esfera). Assim, de forma geral, a construção de k-esferas, com $0 \geq k > d$, acontece de maneira simples a partir do produto externo de $(k + 2)$ pontos finitos não coincidentes.

2 Conclusões

O intuito aqui é mostrar a vocação do Modelo Conforme na representação de elementos matemáticos simples, como circunferências. Ele pode ajudar a resolver problemas, como por exemplo o *Problema Discretizável de Geometria de Distâncias Moleculares (PDGDM)*, relacionados a Geometria Molecular, foco da pesquisa que está a se desenvolver.

Referências

[1] L. A. F. Fernandes, C. Lavor, and M. M. O. Neto. *Álgebra Geométrica e Aplicações*. São Carlos: Sbmac, 2017.

[2] C. Lavor, N. Maculan, M. Souza, and R. Alves. *Álgebra e Geometria no Cálculo de Estrutura Molecular*. Rio de Janeiro: Impa, 2017.