Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Nuvem de detritos espaciais sob influência de forças perturbativas

Denilson Paulo Souza dos Santos[1]
São Paulo State University (UNESP) - São João da Boa Vista - SP
Jorge Kennety Silva Formiga [2]
São Paulo State University (UNESP), Inst. Science and Technology, São José dos Campos - SP
Rita de Cassia Domingos[3]
São Paulo State University (UNESP) - São João da Boa Vista - SP

1 Introdução

Os detritos espaciais (ou lixo espacial) são descritos como objetos criados ou não pelos humanos e que se encontram em órbita ao redor da Terra, tais como estágios de foguetes, rochas pequenas ou fragmentos de uma explosão, mas que não desempenham mais nenhuma função útil. O potencial destrutivo de vários fragmentos, o comportamento, formato geométrico desta nuvem, a reentrada na atmosfera terrestre e os efeitos das pertubações na órbita destes corpos foram analisados neste trabalho. A formulação do problema considerou cada partícula da nuvem, analisada individualmente, no problema restrito de três corpos (PRTC), onde a massa de cada partícula é desprezável quando comparada a massa dos primários (Terra-Lua). O comportamento da nuvem m_i no campo gravitacional dos primários m_1 e m_2 sujeitos a ação de forças perturbativas (Arrasto atmosférico, achatamento $J2$, $J3$ e $C22$ (Eq. 1)).

Para mensurar o volume da nuvem e quantificar as possibilidades de impactos com outros corpos (satélites) que orbitam a circunvizinhança, foi realizada uma *Triangulação de Delonay* [5, 6] para gerar uma malha dos pontos exteriores da nuvem, estimando o seu volume e sua forma poligonal. A nuvem foi gerada de uma explosão em uma órbita nominal, gerando n fragmentos massivos, com distribuição normal de massa e desvio-padrão estabelecido como condição inicial. Nesta modelagem a direção e a velocidade dos detritos foram estabelecidas a partir da posição inicial, neste ponto ocorre uma explosão, gerando uma nuvem contida em uma esfera randômica com raio estabelecido e o incremento/decremento na velocidade ocorre randomicamente com magnitude de até 10% da velocidade inicial do corpo.

[1]denilson.santos@unesp.br
[2]jorge.formiga@unesp.br
[3]rita.domingos@unesp.br

A integração numérica das equações do movimento com as perturbações [1–4], incluído o desenvolvimento do potencial terrestre foi formulado considerando os coeficientes de achatamento $J2$, $J3$ e $C22$, e as equações do movimento são descritas abaixo,

$$\begin{cases} \ddot{x}_i - 2\Omega\dot{y}_i - \Omega^2 x_i = -\dfrac{\mu_1}{r_1^3}(x_i + \pi_2 r_{12}) - \dfrac{\mu_2}{r_2^3}(x_i + \pi_1 r_{12}) - \dfrac{1}{2}\dfrac{C_D S}{m_i}\rho_\infty|\vec{v}_\infty|v_{\infty x_i} \\ \qquad -\dfrac{\mu_1 R_E^2 J_2 x_i}{2r_1^5}\left[3 - 15\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^2\right] - \dfrac{\mu_1 R_E^2 J_3 x_i z_i}{2r_1^7}\left[15 - 35\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^2\right] \\ \qquad +\dfrac{3\mu_1 R_E^2 C_{22} x_i}{r_1^5}\left[2 - 5\left(\dfrac{x_i^2 - y_i^2}{r_1^2}\right)\right] \\ \ddot{y}_i - 2\Omega\dot{x}_i - \Omega^2 y_i = -\dfrac{\mu_1}{r_1^3}y_i - \dfrac{\mu_2}{r_2^3}y_i - \dfrac{1}{2}\dfrac{C_D S}{m_i}\rho_\infty|\vec{v}_\infty|v_{\infty y_i} - \dfrac{\mu_1 R_E^2 J_2 y_i}{2r_1^5}\left[3 - 15\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^2\right] \\ \qquad -\dfrac{\mu_1 R_E^2 J_3 y_i z_i}{2r_1^7}\left[15 - 35\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^2\right] - \dfrac{3\mu_1 R_E^2 C_{22} y_i}{r_1^5}\left[2 + 5\left(\dfrac{x_i^2 - y_i^2}{r_1^2}\right)\right] \\ \ddot{z}_i = -\dfrac{\mu_1}{r_1^3}z_i - \dfrac{\mu_2}{r_2^3}z_i - \dfrac{1}{2}\dfrac{C_D S}{m_i}\rho_\infty|\vec{v}_\infty|v_{\infty z_i} - \dfrac{\mu_1 R_E^2 J_2 z_i}{2r_1^5}\left[9 - 15\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^2\right] \\ \qquad -\dfrac{\mu_1 R_E^2 J_3}{2r_1^5}\left[-3 + 30\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^2 - 35\left(\dfrac{z_i}{r_1}\right)^4\right] - \dfrac{15\mu_1 R_E^2 C_{22} z_i}{r_1^7}\left(x_i^2 - y_i^2\right) \end{cases} \tag{1}$$

Onde, $\pi_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}$, $\pi_2 = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}$, $\mu_1 = Gm_1$, $\mu_2 = Gm_2$, $\Omega = \sqrt{\dfrac{G(m_1 + m_2)}{r_{12}^3}}$.

Agradecimentos

FAPESP $201704643 - 4$ e $2016/15675 - 1$.

Referências

[1] E. F. A. Abd, "Air Drag Effects on the Missile Trajectories", Journal of Applied Mathematics, vol. 2011, Article ID 871304, 19 pages, 2011.

[2] D. Boccaletti, G. Pucacco, *Theory of Orbits - 2: Perturbative and Geometrical Methods, 3a. edição*, Hardcover ISBN 978-3-540-60355-9, Astronomy and Astrophysics Library, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999.

[3] L. G. Jacchia, Two atmospheric effects in the orbital acceleration of artificial satellites, *Nature*, vol. 183, no. 4660, pp. 526-527, 1959.

[4] F. Letizia, C. Colombo and I. G. Lewis, Analytical model for the propagation of small debris objects clouds after fragmentations, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2014.

[5] S. Rebay, Efficient unstructured mesh generation by means of Delaunay triangulation and Bowyer-Watson algorithm. *J. Comput. Phys.* 1993.

[6] E. W. Weisstein, *CRC Concise Enc. Mathematics* CRC Press, 2012.