Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Controle Ótimo Linear Realimentado do *Aedes aegypti*

Paulo Henrique Rodrigues [1]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Michele Cristina Valentino [2]
Departamento Acadêmico da Matemática - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

1 Introdução

O *Aedes aegypti* é o principal vetor da dengue e de outros vírus e o seu controle é um caso de discussão em questões de saúde pública no Brasil e no mundo. Em 2005, Esteva e Yang propuseram um modelo matemático do controle biológico do mosquito por meio da técnica de mosquitos estéreis [1]. Esta técnica consiste em aplicar uma carga de raios gama nos mosquitos machos ainda na fase de ovo, de forma a torná-los estéreis [2]. A redução da população de mosquitos acontece por conta da competitividade para acasalar entre os mosquitos machos naturais e machos estéreis [2]. No entanto, devemos considerar o custo para o controle do vetor, como apresentado em [5]. Neste trabalho propomos uma estratégia de controle alternativa, ou seja, utilizaremos a estratégia de controle ótimo linear realimentado no modelo considerado em [5], com o objetivo de diminuir a propagação da dengue por meio de controle do mosquito *Aedes aegypti* tanto na fase aquática quanto na fase alada e também o controle por meio da liberação de mosquitos geneticamente modificados.

2 Dinâmica e controle ótimo

Neste trabalho, consideraremos o modelo utilizado em [5]:

$$\left\{\begin{array}{rcl} \frac{dA}{dt} &=& \phi\left(1-\frac{A}{C}\right)F-(\gamma+\mu_A)A-U_1 \\ \frac{dI}{dt} &=& r\gamma A-\frac{\beta MI}{M+S}-\frac{\beta_S SI}{M+S}-\mu_I I-U_2 \\ \frac{dF}{dt} &=& \frac{\beta MI}{M+S}-\mu_F F-U_3 \\ \frac{dM}{dt} &=& (1-r)\gamma A-\mu_M M-U_4 \\ \frac{dS}{dt} &=& U_5-\mu_S S \end{array}\right. \tag{1}$$

em que $A(t)$, $I(t)$, $F(t)$, $M(t)$ e $S(t)$ são as populações de mosquitos na fase aquática, fêmeas antes do acasalamento, fêmeas fertilizadas após a cópula, machos naturais e machos

[1] prodrigues@alunos.utfpr.edu.br
[2] valentino@utfpr.edu.br

estéreis, respectivamente. As constantes μ_A, μ_I, μ_F, μ_M e μ_S representam as taxas de mortalidade *per capita* dos mosquitos, ϕ representa a taxa de oviposição intrínseca, C as condições do meio onde serão colocados os ovos, γ é a transição da fase alada para a fase aquática com uma proporção de r fêmeas e $1-r$ machos, β e β_S são as taxas de acasalamento dos mosquitos naturais e estéreis, respectivamente. O sistema foi acoplado com a estratégia de controle ótimo linear realimentado, utilizada também em [3, 4] para o controle da malária e epidemia da dengue. Tal estratégia consiste em considerar

$$U_i = u_i + \tilde{u}_i; \quad i = 1, \ldots, 5$$

de forma a alterar o estado assintótico do sistema para o equilíbrio desejado $(\tilde{A}, \tilde{I}, \tilde{F}, \tilde{M}, \tilde{S})$.

Com os U_i definidos acima e considerando $A = y_1 + \tilde{A}$, $I = y_2 + \tilde{I}$, $F = y_3 + \tilde{F}$, $M = y_4 + \tilde{M}$ e $S = y_5 + \tilde{S}$, o sistema (1) poderá ser reescrito como

$$\dot{y} = Ay + H(y) + BU, \tag{2}$$

sendo A, $H(y)$ e B matrizes apropriadas. Desta forma, utilizaremos o teorema a seguir com o objetivo de minimizar o funcional custo:

$$J = \int_0^T (L(y) + U^T RU)\ dt \tag{3}$$

em que $L(y) = y^T Qy - [H(y)]^T Py - y^T PH(y)$, com P e Q matrizes de ponderação.

Theorem 2.1. *Se existirem matrizes Q e R, positivas definidas, sendo Q simétrica, tais que a função $L(y) = y^T Qy - [H(y)]^T Py - y^T PH(y)$ seja positiva definida, então o controle linear U dado por $U = -KY$, onde $K = R^{-1}B^T P$, é ótimo para transferir o sistema não-linear (1) a partir de qualquer estado inicial ao estado final $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$, minimizando o funcional (3), onde a matriz simétrica positiva definida é a solução da formulação matricial da equação algébrica de Riccati $PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$, que tem uma única solução positiva simétrica $P > 0$ para quaisquer $R > 0$ e $Q > 0$ dadas.*

Referências

[1] L. Esteva and H. M. Yang. Mathematical model to assess the control of *Aedes aegypti* mosquitoes by the sterile insect technique, *Math. Biosci.*, 198:132-147, 2005.

[2] E. F. Knipling. Possibilities of insect control or eradication through the use of sexually sterile males. *J. Econ. Entomol.*, 48:459–462, 1955.

[3] A. Molter, L. R. Piovesan, R. Pergher and M. C. Varriale. Controle ótimo em Epidemias de Dengue. *Tend. Mat. Apl. Comput.*, 17:129–142, 2016.

[4] M. Rafikov, L. Bevilacqua and A. P. P. Wyse. Optimal control strategy of malaria vector using genetically modified mosquitoes. *J. Theor. Biol.*, 258:418–425, 2008.

[5] R. C. A. Thomé. Controle Ótimo Aplicado na Estratégia de Combate ao Aedes aegypti utilizando inseticida e mosquitos estéreis. Tese de Doutorado em Matemática Aplicada, Unicamp, 2007.

