Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelo Discreto para Interação de Três Espécies Considerando a Ordem de Eventos

Poliana Kenderli Pacini Selau [1]
PPGMatemática-UFSM
Diomar Cristina Mistro e Luiz Alberto Díaz Rodrigues[2]
Departamento de Matemática-UFSM

1 Introdução

Neste trabalho, formulamos um modelo discreto para analisar a dinâmica populacional de três espécies que interagem: uma espécie considerada recurso e dois consumidores. Utilizando as ideias de [1], vamos considerar a ordem em que os eventos de crescimento, predação e consumo do recurso ocorrem.

De uma maneira geral, os modelos de dinâmica de populações consideram que todos estes eventos ocorrem ao mesmo tempo. No entanto, dependendo das espécies envolvidas, eles podem ocorrer em diferentes momentos do ciclo de vida das espécies.

Mais especificamente, vamos considerar como recurso uma espécie de inseto hospedeiro com estágios de larvas, pupas e adultos. Uma espécie parasitoide que oviposita nas larvas do hospedeiro e uma espécie que preda os hospedeiros adultos. O número de hospedeiros na geração t será descrito por x_t; y_t representa o número de parasitoides de larvas na geração t e z_t descreve o número de predadores de adultos na geração t.

2 O modelo

Para a formulação do modelo vamos subdividir cada etapa de tempo em cinco partes e considerar que os eventos ocorrem sucessivamente, na seguinte ordem: predação das presas adultas de acordo com a função $g_2(x_t, z_t)$, reprodução das presas descrita pela função $f(x_t)$, predação das larvas de acordo com a função $g_1(x_t, y_t)$, consumo da presa adultas e consumo das larvas por parte do parasitoide.

Compondo as funções de predação e crescimento convenientemente, chegamos ao se-

[1] poli.kenderli@outlook.com
[2] dcmistro@gmail.com

guintes sistemas de três equações a diferenças não-linear:

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t g_2(x_t; z_t) f(x_t g_2(x_t; z_t)) g_1(x_t g_2(x_t; z_t) f(x_t g_2(x_t; z_t)); y_t) \\ y_{t+1} = B_1 x_t g_2(x_t; z_t) f(x_t g_2(x_t; z_t)(1 - g_1(x_t g_2(x_t; z_t) f(x_t g_2(x_t; z_t)); y_t) \\ z_{t+1} = B_2 x_t (1 - g_2(x_t; z_t)). \end{cases} \tag{1}$$

Para descrever o crescimento populacional das presas (f) escolhemos o modelo de Beverton-Holt dado por

$$f(x) = \frac{\lambda}{1 + (\lambda - 1)\frac{x}{k}}, \tag{2}$$

onde λ representa o fator de crescimento intrínseco e k, a capacidade de suporte das presas.

As funções g_1 e g_2 são escolhidas de forma a obtermos uma resposta funcional do tipo III; isto é, a predação é crescente com a densidade de presas [2]:

$$g_1(x_t; y_t) = e^{\left(\frac{-a_1 x_t y_t}{1+(e_1 x_y)^2}\right)} \qquad g_2(x_t; z_t) = e^{\left(\frac{-a_2 x_t z_t}{1+(e_2 x_t)^2}\right)}, \tag{3}$$

onde α_i e e_i ($i = 1, 2$) são parâmetros positivos.

O sistema (1) possui os equilíbrios: $(0, 0, 0)$ extinção de todas as espécies; $(k, 0, 0)$ extinção dos predadores; $(\overline{x}, \overline{y}, 0)$ extinção do predador; $(\overline{n}, 0, \overline{z})$ extinção do parasitoide; $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ coexistência das espécies.

Dada a complexidade das equações que compõem o sistema, não é possível encontrar uma expressão para os equilíbrios $(\overline{x}, \overline{y}, 0)$, $(\overline{x}, 0, \overline{z})$ e $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ explicitamente nem tampouco realizar uma análise da estabilidade dos equilíbrios. No entanto, através de simulações numéricas, construímos os diagramas de bifurcações nos quais observamos a existência e a região dos parâmetros para estabilidade destes equilíbrios.

Referências

[1] M. Kot. *Elements of Mathematical Ecology.* Cambridge University Press, Cambridge, 2001.

[2] V. Weide. Modelos predador-presa discretos em sistemas eco-epidemiológicos espacialmente distribuídos. Tese de Doutorado em Matemática Aplicada, UFRGS, 2018.