

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo de Esquemas Discretos e Híbridos na Solução do Problema de Graetz

Marlon M. L. Cabreira¹ e Renan de S. Teixeira²

Departamento de Matemática, DEMAT, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, BR 465, Km 7, 23897-000, Seropédica, RJ, Brasil.

Mariane de A. Silva³

Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro

Resumo

Inúmeros fenômenos naturais e de interesse científico são caracterizados pela troca de calor em suas configurações. Processos de convecção natural na atmosfera, trocadores de calor em micro-processadores e resfriamento de turbinas em ambientes industriais são alguns exemplos estudados em diversas áreas científicas. O estudo do comportamento do perfil de temperatura de um fluido em dutos circulares é comumente conhecido como problema de *Graetz* [2]. Entretanto, suas equações de governo possuem termos não-lineares acarretando alguns desafios na predição de sua solução.

O avanço da tecnologia computacional possibilitou o desenvolvimento de inúmeros estudos da solução de *Equações Diferenciais Parciais* (EDP) não-lineares através de esquemas discretos, assim como, o *Método das Diferenças Finitas* (MDF) [5]. Entretanto, tais técnicas estão constantemente suscetíveis a instabilidades numéricas e propagação de erros. Além disso, suas soluções são sempre globais, uma vez que as aproximações numéricas demandam a geração de malha [1]. Por outro lado, esquemas híbridos numérico-analíticos foram desenvolvidos para resolver EPDs com a presença de termos não-lineares. A *Técnica da Transformada Integral Generalizada* (GITT) é uma abordagem numérica-analítica baseada na *Técnica de Transformada Integral Clássica* (CITT) [4]. O processo de transformação integral clássica para um problema de condução de calor linear com propriedades espaciais variáveis fornece um sistema infinito de *Equações Diferenciais Ordinárias* (EDOs) desacoplado que pode ser resolvido analiticamente. Entretanto, a presença de não-linearidades, acopla o sistema infinito de EDOs que deve ser resolvido numericamente através do truncamento da expansão originando a formulação híbrida [3].

O presente trabalho consiste no estudo e comparação do MDF e GITT na solução do modelo adimensional para problema de convecção forçada entre placas paralelas com escoamento laminar incompressível hidrodinamicamente desenvolvido e termicamente em desenvolvimento, ou seja, o problema de Graetz, descrito da seguinte forma [3]:

¹marlonmlc23@gmail.com

²rsteixeira@ufrj.br

³marianeasf@gmail.com

$$\frac{1}{2}u^*(\eta)\frac{\partial\theta(\xi,\eta)}{\partial\xi} = \frac{\partial^2\theta(\xi,\eta)}{\partial\eta^2}, \quad \text{em } 0 \leq \eta \leq 1. \quad (1)$$

onde $u^*(\eta) = \frac{3}{2}(1 - \eta^2)$ e as condições inicial e de contorno são:

$$\frac{\partial\theta(\xi,0)}{\partial\xi} = 0 \quad \text{e} \quad \theta(\xi,1) = 0. \quad (2)$$

$$\theta(0,\eta) = 1.$$

A Figura 1 apresenta o perfil de temperatura em diferentes posições longitudinais do duto (ξ). Os símbolos representam as soluções obtidas com o MDF e as curvas sólida, tracejada e pontilhada são as soluções obtidas pela GITT. Como pode ser observado, as soluções avaliadas com as diferentes técnicas apresentam concordância satisfatória.

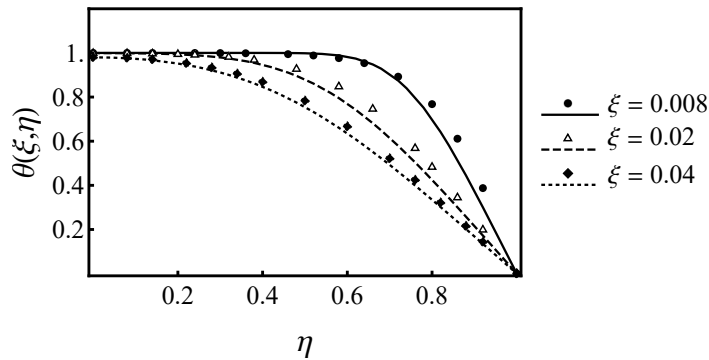


Figura 1: Perfil de Temperatura em função da direção transversal do duto (η) para diferentes distancias longitudinais (ξ). Os símbolos representam as soluções obtidas com MDF e as curvas são as soluções obtidas com o GITT.

Referências

- [1] D. A. Anderson, J. C. Tannehill, and R. H. Pletcher. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Taylor & Francis, 1997.
- [2] A. Bejan. *Convection heat transfer*. John wiley & sons, 2013.
- [3] D. J. N. M. Chalhub, L. A. Sphaier, and L. S. B. Alves. Integral transform solution for thermally developing slip-flow within isothermal parallel plates. *Computational Thermal Sciences: An International Journal*, 8(2), 2016.
- [4] R. M. Cotta. *Integral transforms in computational heat and fluid flow*. CRC Press, 1993.
- [5] C. R. Maliska. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Grupo Gen-LTC, 2017.