Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo da Propagação Zumbi

Daniel Moraes Barbosa [1]
Departamento de Matemática, UFJF, Minas Gerais, Brasil
Victor Mendes Ribeiro [2]
Departamento de Engenharia Elétrica, UFJF, Minas Gerais, Brasi
Lucy T. Takahashi [3]
Departamento de Matemática, UFJF, Minas Gerais, Brasi

1 Introdução

Neste trabalho propomos um conjunto de sistemas de EDO's acopladas. Cada sistema descreve uma dinâmica SLI (Suscetível, Latente e Infeccioso) em uma população humana, que habita um determinado nicho. Buscamos descrever a propagação espacial de uma doença fictícia entre estes nichos. Para uma descrição mais realista consideramos trânsito entre os nichos e, também, imigração e migração. Nesta doença os indivíduos infecciosos são chamados de Zumbis.

2 O modelo

O modelo foi criado considerando que os humanos saudáveis, S, se encontram isolados em $N \in \mathbb{N}$ nichos, cercados por uma população infecciosa, Z. A doença é altamente contagiosa e letal, não há cura. Caso um indivíduo S seja contaminado ele entra num período de latência, tornando-se L. Há uma possibilidade maior de infiltração em um nicho por um indivíduo L, do que um Z. Os nichos vizinhos são considerados como um só quando não habitados. Os recursos são limitados em cada nicho e, portanto, há uma taxa de migração entre locais, e essa migração se passa sempre por um nicho de passagem. A partir dessas considerações propomos o modelo:

$$\begin{cases} \dfrac{dS_i}{dt} = \nu_h * (S_i + L_i) - \mu_h * S_i - e_i * S_i * Z_i + s_{0i} * S_0 - s_{i0} * S_i \\ \dfrac{dL_i}{dt} = -\mu_h * L_i - \gamma * L_i + es_i * S_i * Z_i - d_i * L_i * S_i + l_{0i} * L_0 - l_{i0} * L_i \\ \dfrac{dZ_i}{dt} = \gamma * L_i - m_i * Z_i * (S_i + L_i) - z_{i0} * Z_i + z_{0i} * Z_0 \end{cases} \tag{1}$$

[1]daniel.barbosa@engenharia.ufjf.br
[2]victormrmat@gmail.com
[3]ltiemi@gmail.com

onde, $i = 1, \ldots, N$; ν_h e μ_h são as taxas de natalidade e mortalidade naturais, respectivamente; e_i indica quanto dos encontros entre S e Z, acarreta em contaminação ou morte; S torna-se L a uma taxa es_i; γ^{-1} é o tempo que se leva para um indivíduo L passar a ser Z. Ao serem detectados os latentes são eliminados pelos saudáveis, antes que se tornem uma ameaça a uma taxa d_i. As variáveis s_{ij}, l_{ij}, e z_{ij} representam os pesos para movimentação do nicho i para o j. O nicho $i = 0$ é o de passagem onde os Z circulam livremente.

Restringindo as condições do problema a um modelo onde não há migração podemos estudar o retrato de fase do modelo dado. Os casos a seguir sao respectivamente de um nicho menos agressivo e um nicho mais agressivo. É possível notar que somente em casos menos agressivos seria possível algum tipo de coexistência.

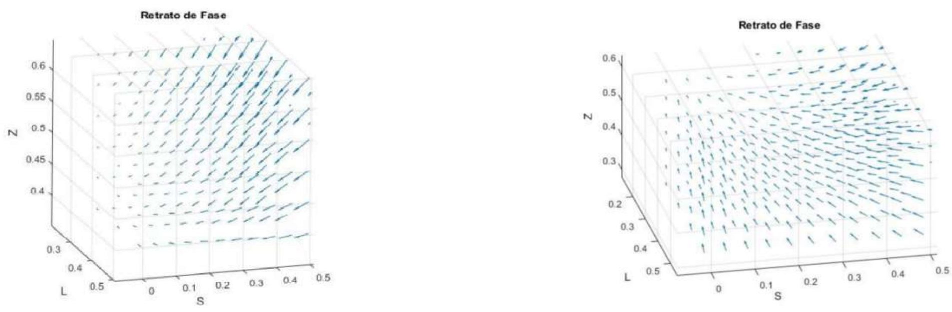

Figura 1: Retratos de fase de um nicho menos agressivo e de um mais agressivo.

Resultados mais significativos são obtidos numericamente visto que a análise qualitativa não engloba todos os aspectos analisados. Portanto, com a mesma escolha de parâmetros para os retratos de fase obtidos acima simulamos um pequeno sistema de nichos interagindo.

Buscamos também contornar a imprecisão dos parâmetros do problema, utilizando a Teoria de Conjuntos Fuzzy. Transformamos o sistema (1) em um sistema Fuzzy, onde os parâmetros são Fuzzy. Desta forma, contornamos o erro intrínseco do modelo devido aos coeficientes estáticos. E a Esperança Fuzzy é utilizada para se determinar uma solução determinística.

Agradecimentos

À Capes e a PROPP/UFJF pelo apoio financeiro.

Referências

[1] R. C. Bassanezi e L. C. Barros, *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*, ed. Unicamp, Campinas, 2015.

[2] L.T. Takahashi, W. C. Ferreira Jr. e L. A. D'Afonseca. Propagração da Dengue entre Cidades, *Biomatemática*, 14: 1-18, 2004.

