

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Na busca de um modelo matemático do processo de solidificação rápida

Ana Maria Lemes de Lima¹

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

Michael Vynnycky²

Department of Mathematics and Statistics, University of Limerick, Limerick, IE

Luca Meacci³

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

José Alberto Cuminato⁴

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

A solidificação é a transição de fase em que uma substância passa do estado líquido para o estado sólido. A passagem para o estado sólido é feita mediante a retirada de uma quantidade de calor da substância. Este calor é conhecido por calor latente, o calor liberado durante a transição de fase depende do material a ser solidificado e da natureza desse material. A perda de peças metálicas por ação da corrosão é objetivo de estudo de engenheiros e metalúrgistas que procuram constantemente aperfeiçoar e desenvolver novos métodos de proteção que apresentem resistência à corrosão [3]. A modelagem da solidificação envolve uma rigorosa teoria que pode ser utilizada em projetos de peças fundidas ou em processos de fundição para controlar as propriedades mecânicas, químicas e físicas do produto.

O ponto de partida para aspectos de transferência de calor de tais modelos é a equação de transporte de calor. Este trabalho tem como objetivo fazer um estudo do processo de solidificação não-rápida unidimensional em um caso especial que ocorre no processo de revestimento a laser conhecido na literatura como *laser cladding* [1]. Nesse processo, utilizam-se feixes de laser para fundir uma fina camada do substrato e depositar o metal de adição, que também é fundido pelo feixe, sobre sua superfície, de modo que as propriedades originais do material sejam mantidas.

O processo de solidificação não-rápida é caracterizado por: (i) não envolver superaquecimento, isto é, $T_{hot} = T_{melt}$, (ii) resfriamento isotérmico $T = T_{cold}$ em $x = 0$ e (iii) assumir que o domínio de fundição é semi-infinito e unidimensional, isto é, $0 \leq x \leq s(t)$. Com essas hipóteses chegamos à definição do seguinte problema:

$$\rho_S c_p S \frac{\partial T}{\partial t} = k_S \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1)$$

¹anamary_lemes@hotmail.com²michael.vynnycky@ul.ie³luca.meacci@usp.br⁴jacuminato@gmail.com

em que T é a temperatura, t é o tempo, ρ_S é a densidade, c_{pS} é o calor específico e k_S é a condutividade térmica do sólido.

Com as condições de contorno e condições iniciais respectivamente dadas por

$$T = T_{cold} \quad \text{em } x = 0; \quad (2)$$

$$T = T_{melt}, \quad k_S \frac{\partial T}{\partial x} = \rho_S \Delta H_f \frac{ds}{dt} \quad \text{em } x = s(t); \quad (3)$$

$$s = 0 \quad \text{e} \quad T = T_{melt} \quad \text{em } t = 0, \quad (4)$$

onde T_{cold} , T_{melt} , T_{hot} é a temperatura de resfriamento, temperatura de fundição e a temperatura de aquecimento do metal derretido e ΔH_f é o calor latente cedido pelo líquido para que ocorra a solidificação. Note que $T_{cold} < T_{melt}$, pois se $T_{cold} > T_{melt}$ o processo de solidificação não ocorre. Problemas deste tipo que envolvem processos de transferência de calor com mudança de fase, são conhecidos como *problemas de fronteira livre*, onde uma parte do contorno do problema é livre, ou seja, sua posição ao longo do tempo é uma incógnita. Fisicamente, tal fronteira separa as fases líquida e sólida do material e por isso é denominada de *frente de solidificação*.

Propomos um método de resolução numérica através do *software* comercial de elementos finitos COMSOL Multiphysics, utilizando a rotina *moving mesh ALE* [2]. Os resultados (Figura 1) mostram o avanço da fronteira livre no processo de solidificação não-rápida e apresentam uma boa base para a adequação do método numérico ao processo de solidificação rápida [4].

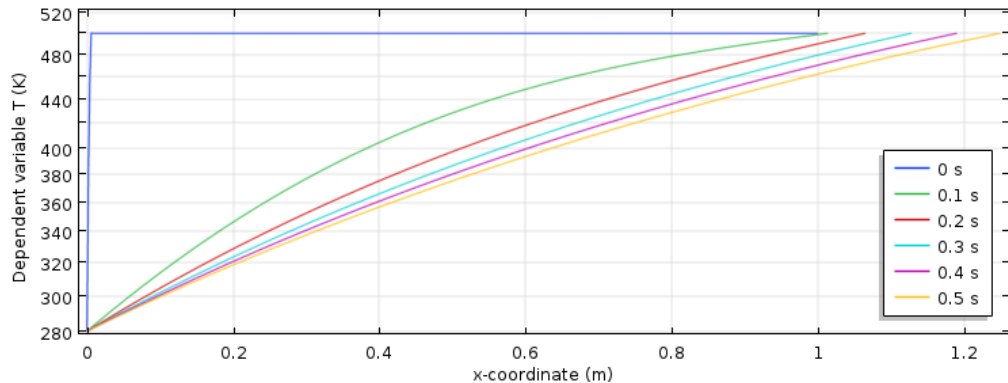


Figura 1: Perfil da temperatura em vários tempos num domínio livre com $T_{cold} = 280$ K, $T_{melt} = 500$ K, $\rho_S = 3$ kg/m³, $c_{pS} = 3$ J/(kg · K), $k_S = 2$ W/(m · K) e $\Delta H_f = 0.002$ J/kg.

Agradecimentos

Agradecemos a CAPES e a USP pelo auxílio financeiro.

Referências

- [1] E. Toyserkani, A. Khajepour, and S. F. Corbin. *Laser cladding*. CRC press, 2004.
- [2] L. Meacci, A. Farina, F. Rosso, I. Borsi, M. Ceseri, and A. Speranza. A Simplified Model for the Evolution of a Geothermal Field, *Comsol Conference Milan*, 2009.
- [3] A. J. Pinkerton. Advances in the modeling of laser direct metal deposition. *Journal of Laser Applications*, v. 27, n. S1, p. S15001, 2015.
- [4] T. W. Clyne. Numerical treatment of rapid solidification. *Metallurgical Transactions B*, v. 15, n. 2, p. 369-381, 1984.