Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise do Algoritmo de Ponto Interior e Direções Viáveis FDIPA

Sandro Rodrigues Mazorche [1]
Universidade Federal de Juiz de Fora
Felipe Toledo Ferreira [2]
Universidade Federal de Juiz de Fora

Neste trabalho vamos apresentar uma análise do algoritmo FDIPA (Feasible Direction Interior Point Algorithm), aplicado a alguns tipos de problemas de minimização com restrições proposto por Herskovits [2]. O FDIPA é um algoritmo de pontos interiores que usa uma direção de busca com a propriedade de ser uma direção de descida para a função potencial, e direção viável para o conjunto de pontos viáveis do problema. O método se baseia em uma iteração de Newton no sistema de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) de primeira ordem, porém realiza a busca linear somente na variável primal do problema, como apresentado em [2, 4]. Uma característica na técnica proposta por Herskovits se baseia na matriz do sistema linear usada para o cálculo das duas direções, de descida e viável, as quais, por meio de uma combinação linear adequada, obtêm a direção para a busca linear usada na execução iterativa do próximo ponto. Essa matriz B é a Hessiana da função Lagrangeana associada ao problema de minimização, e pode ser "substituída"por uma matriz que seja simétrica e definida positiva, como mostrado em [4]. Essa substituição ou atualização da matriz B permite que o FDIPA se adapte aos mais variados problemas de programação matemática. Assim, serão apresentadas três atualizações diferentes para B, e para cada uma delas será aplicada um conjunto de problemas testes proposto em Test Examples for Non-Linear Programming Code [1], afim de verificar e comparar o desempenho do FDIPA nestas situações.

Iremos trabalhar com problemas de minimização com restrição do tipo

$$\begin{cases} \text{minimizar } f(x) \\ \text{s.a} \begin{cases} g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

onde as funções, $f : R^n \to R$, $g : R^n \to R^m$ e $h : R^n \to R^p$ são pelo menos de classe C^2 e definimos como conjunto viável $\Omega = \{x \in R^n \text{ tal que } g(x) \leq 0\}$. As condições de KKT de

[1] sandro.mazorche@ufjf.edu.br
[2] felifeheirr@gmail.com

primeira ordem associadas ao problema (1) são como seguem:

$$\nabla f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^{p} \mu_j \nabla h_j(x) = 0 \tag{2}$$

$$\mathrm{g}_i(x)\lambda_i = 0, \text{ com } i = 1, ..., m \tag{3}$$

$$\mathrm{h}_j(x) = 0, \text{ com } j = 1, ..., p \tag{4}$$

$$\mathrm{g}_i(x) \leq 0, \text{ com } i = 1, ..., m \tag{5}$$

$$\lambda_i \geq 0, \text{ com } i = 1, ..., m \tag{6}$$

A função Lagrangeana do problema (1) é dada por:

$$\mathrm{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x) \tag{7}$$

onde sua Hessiana em x, que chamaremos de B, é

$$B = \nabla^2 f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla^2 g_i(x) + \sum_{j=1}^{p} \mu_j \nabla^2 h_j(x) \tag{8}$$

Assim, como visto em [2], a matriz do sistema linear usado para calcular as duas direções($n = 0, 1$) é

$$\begin{bmatrix} B & \nabla g(x) & \nabla h(x) \\ \Lambda \nabla g(x)^T & G(x) & 0 \\ \nabla h(x)^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_n \\ \lambda_{\alpha_n} \\ \mu_{\alpha_n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla f(x) & 0 \\ 0 & \Lambda \omega \\ h(x) & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Como demonstrado em [4], a matriz B não precisa ser igual à expressão dada em (8), basta que seja simétrica e definida positiva para que a direção d_0 seja de descida para f e d_1 seja viável em Ω. Por fim, analisaremos a eficiência do algoritmo FDIPA para diferentes substituições da matriz B, de forma que ela continue simétrica e definida positiva.

Referências

[1] W. Hock and K. Schittkowski. Test examples for nonlinear programming codes, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 30:127, 1980. DOI: 10.1007/BF00934594.

[2] J. Herskovits. A View on Nonlinear Optimization, *Advances in Structural Optimization*, 1995. DOI: 10.1007/978-94-011-0453-1_3

[3] J. Herskovits, and G. Santos. On the computer implementation of feasible direction interior point algorithms for nonlinear optimization, *Structural optimization*, 14:165, 1997. DOI: 10.1007/BF01812519

[4] J. Herskovits. Feasible Direction Interior-Point Technique for Nonlinear Optimization, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 99:121, 1998. DOI: 10.1023/A:1021752227797.