Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Proposta Alternativa para a Escolha dos Nós e Pesos de Gauss no Elemento Triangular de Referência

Renan C. da Silva[1]
Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES
Kaio de O. Santos[2]
Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES
Werley G. Facco[3]
Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES
Alex S. Moura[4]
Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG

1 Resumo

Para métodos numéricos que necessitam do cálculo de integrais, a Quadratura gaussiana se apresenta como uma opção muito utilizados, [2]. O Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) requer um grande número de nós e pesos de Gauss quando utilizado, [1]. Neste trabalho será apresentada uma proposta alternativa e eficiente para a escolha de nós e pesos de Gauss no elemento triangular.

2 Formulação

O triângulo de referência $T_e = \{(\xi, \eta) : 0 \leq \xi, \eta, \xi + \eta \leq 1\}$ é discretizado por um quadrado, $Q = \{(\xi, \eta) : 0 \leq \xi \leq 1/2 \ e \ 0 \leq \eta \leq 1/2\}$ e dois triângulos, $T_1 = \{(\xi, \eta) : 0 \leq \xi \leq 1/2, 1/2 \leq \eta \leq 1 \ e \ 1/2 \leq \xi + \eta \leq 1\}$ e $T_2 = \{(\xi, \eta) : 1/2 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1/2 \ e \ 1/2 \leq \xi + \eta \leq 1\}$. O número n de nós de Gauss em T_e foi definido pela soma dos $n_{T_1} = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor$, $n_{T_2} = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor$, e $n_Q = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + \left(n - 3\lfloor \frac{n}{3} \rfloor\right)$. Para T_1 e T_2 a escolha de nós e pesos de Gauss definida como em [1]. Devido a restrição do método escolhido para gerar a quantidade de nós n_{T_1} em T_1 e n_{T_2} em T_2, a quantidade de nós complementar será escolhida junto com os n_Q nós. No quadrado Q, obtém-se através da quadratura gaussiana de ordem $m = \lfloor \sqrt{n_Q} \rfloor$ para o intervalo $[-1, 1]$ nas coordenadas s e t de R_e os nós e pesos de Gauss. Em seguida, caso $m * m = \lfloor n_Q \rfloor$, os nós de Gauss (s_i, t_j) em R_e, $i, j = 1, ..., m$, são mapeados para

[1]rcoswoskdasilva@gmail.com
[2]kaiofabio.98@gmail.com
[3]werleyfacco@ifes.edu.br
[4]alexsmoura100@gmail.com

Q. Caso contrário, quando $m * m < \lfloor n_{Q_l} \rfloor$, $r_l = \lfloor n_Q \rfloor - m * m$ novos nós de Gauss serão escolhidos em R_e e mapeados para Q. Para distribuir os r_l novos nós de Gauss em R_e, considera-se a quantidade de nós m definidos no eixo s e adiciona-se um a um a quantidade r_l de nós sobre as retas $s = s_k$ e $-1 \leq t \leq 1$ para $s = 1, ..., r_l$.

3 Resultados e discussões

Para analisar a eficiência da proposta apresentada neste trabalho, optou-se por resolver o mesmo problema apresentado em [1]. Com o método tradicional foi possível obter bons resultados a partir de 57 nós de Gauss e com o método proposto a partir de 48 pontos de Gauss, Fig. 1, uma redução de 16% no número de nós.

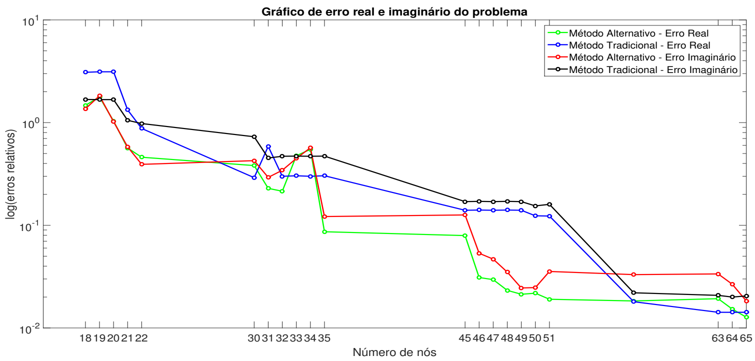

Figura 1: Erro relativo da solução MEFG Real(u) e Im(u).

4 Conclusões

A proposta apresentada permitiu encontrar nós de Gauss melhores distribuídos em relação ao método tradicional em T_e e manter os bons resultados do MEFG.

Agradecimentos

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG, CNPq e CAPES.

Referências

[1] W. G. Facco, A. Bastos, A. S. Moura and E. J. da Silva. Quadratura de Gauss de Alta Ordem Adaptativa no Método dos Elementos Finitos Generalizados, Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, 6: 1–7, 2018. DOI: https://doi.org 10.5540/03.2018.006.01.0424.

[2] E. S. Serafim, Implementação de uma biblioteca informática para diversos tipos de elementos finitos em 2D e 3D, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

