

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Aplicação do Método SPH: Uma Análise da Frente de Onda

Neylan L. Dias<sup>1</sup>

DEM, FEB/UNESP, Bauru, SP

Simone A. D. Leal<sup>2</sup>

DCET, UNIFAP, Macapá, AP

Messias Meneguette Jr<sup>3</sup>

DMC, FCT/UNESP-PP, Pres. Prudente, SP

José M. Balthazar<sup>4</sup>

DEM, FEB/UNESP, Bauru, SP

Carlos Alberto D. F. Filho<sup>5</sup>

DEM, IFES, Vitória, ES

**Resumo.** O estudo dos métodos sem malha tem sido muito atrativo nos últimos anos, devido a sua capacidade de melhor resolver deficiências enfrentadas pelos métodos tradicionais que usam malha. O SPH é um dos primeiros métodos sem malha, por isso vários estudos têm sido feitos para seu melhor desenvolvimento. Uma das aplicações clássicas em dinâmica dos fluidos é a ruptura de barragens. O objetivo deste trabalho foi estudar o escoamento do fluido de frente de onda usando o *software SPHysics*. Isto se dá pela comparação de resultados simulados com os respectivos experimentais já conhecidos da literatura. Os resultados se mostraram eficientes, se refletem nas diferenças percentuais baixas, da frente de onda, entre a simulação do escoamento com os resultados laboratoriais.

**Palavras-chave.** Smoothed Particle Hydrodynamics, Ruptura de barragem, SPHysics, Frente de onda.

## 1 Introdução

Desde o seu nascimento em 1977, o Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) tem sido melhorado. É considerado como uma ferramenta promissora em aplicações industriais e ambientais.

Uma das características atraentes do SPH é seu caráter variacional, que mantém harmonia com os fundamentos da mecânica lagrangiana. O SPH tem sido aplicado a diversos problemas na pesquisa escoamentos e simulações diversas. O sucesso deste método em vários campos deve-se à relativa facilidade com que as simulações SPH foram capazes de

---

<sup>1</sup>neylanmatematico@gmail.com

<sup>2</sup>leal@unifap.br

<sup>3</sup>messias@fct.unesp.br

<sup>4</sup>jmbaltha@gmail.com

<sup>5</sup>cadff1@gmail.com

produzir resultados para casos não-lineares complicados e muitas vezes fenômenos multifásicos [8]. Com pouca modificação da metodologia básica, o SPH conseguiu gerar resultados em concordância com soluções de referência/dados em diversos testes de validação. O rompimento de barragens é uma modalidade destas validações. O problema da quebra de barragens foi introduzido pela primeira vez por Stoker (1957). Este problema consiste em ter um espaço fechado cheio de água. A barreira de um lado é então removida e o líquido/água pode fluir livremente.

Para efetuar as simulações foi utilizado um código 2D-SPH (*2D-SPHysics*). A ruptura da barragem é simulada com diferentes combinações de opções de compilação mencionadas e os resultados do método SPH são comparados com os dados experimentais para encontrar a combinação adequada que fornece a melhor precisão para a simulação.

## 2 Fundamentos do Smoothed Particle Hydrodynamics

O *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) é um método lagrangeano que não requer malha. O material é representado por elementos de massa, chamados de partículas. A simulação avança no tempo, atualizando a nova posição e propriedades de cada partícula.

### 2.1 Interpolação Padrão SPH

Pode-se conceituar, do ponto de vista computacional, que o fluido é representado por uma porção de partículas evoluindo com a velocidade do escoamento. A base da formulação SPH é uma interpolação integral.

Na modelagem computacional, o fluido é apresentado por partículas que evoluem com o escoamento. Cada partícula é um ponto de interpolação em que todas as propriedades do fluido são conhecidas. Assim, seja uma função  $A$  para um campo escalar, em um domínio  $\Omega \subseteq \mathbb{R}$  e posições vetoriais  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$ , então é possível escrever

$$A(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} A(\mathbf{r}')\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (1)$$

para modelos discretizados numericamente é preciso aproximar a função Delta de Dirac  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  por meio de uma função suave  $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h)$  [3] parametrizados pelo seu comprimento de suavização  $h$ , que define a área de influência da função núcleo  $W$ , Assim

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h)d\mathbf{r}' = 1, \quad \lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) = \delta,$$

onde o limite é no sentido das distribuições, e  $\mathbf{r}$  é a posição do vetor;  $W$  é a função de ponderação ou núcleo,  $h$  é chamado de comprimento de suavização e controla o domínio de influência para  $\mathbf{r}$ . Então considera-se

$$A(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} A(\mathbf{r}')W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h)d\mathbf{r}'. \quad (2)$$

A formulação SPH (2) em sua forma discreta é representada por um somatório sobre todas as partículas no domínio em torno da partícula  $a$  contemplado por  $W$ , ou seja, por partículas  $b$ , suficientemente próximas.

Em termos físicos o domínio  $\Omega$  representa o corpo do fluido, que será discretizado com um conjunto finito de partículas com massas  $m_b$ , densidades  $\rho_b$ . O volume infinitesimal  $d\mathbf{r}'$  nas integrais (2) e (1) é substituído pelo volume finito da  $b$ -ésima partícula que será denotado por  $\nabla V_b$ , e dado pela expressão que envolve massa e densidade  $\nabla V_b = \frac{m_b}{\rho_b}$ . Na notação discreta consideramos  $W_{ab} = W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h)$ . Assim a função  $A$  pode ser representada por um somatório:

$$A(\mathbf{r}_a) \approx \sum_b W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h) A(\mathbf{r}_b) \frac{m_b}{\rho_b}, \quad A(\mathbf{r}_a) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W_{ab}. \quad (3)$$

Esta é a formulação básica do SPH. Assim a aproximação em notação discreta, leva à seguinte aproximação da função em uma partícula  $a$ , onde o somatório é sobre todas as partículas dentro da região do suporte compacto da função núcleo.

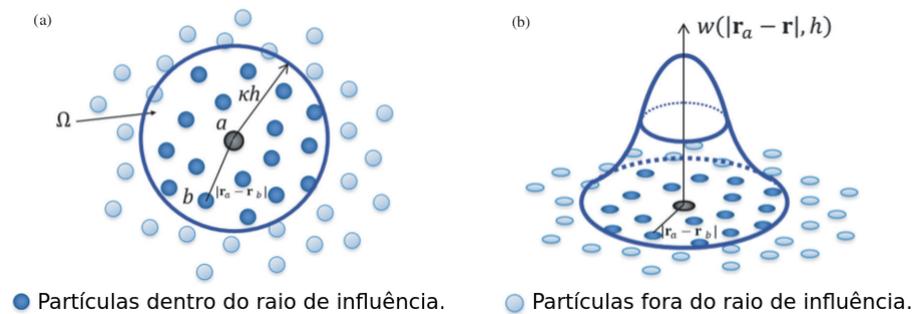


Figura 1: Partículas em 2-D no entorno da partícula  $a$ .

### 3 Núcleo de Suavização

O desempenho de um modelo SPH depende da escolha da função de suavização. Com  $\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , um núcleo de suavização deve alcançar apenas partículas em uma vizinhança de  $a$ , por isso devem possuir suporte compacto como na Figura 1. O raio de influência do núcleo é, em geral, expresso como um múltiplo,  $k$ , do comprimento de suavização  $h$  [8]. Neste trabalho é utilizado o núcleo B-spline.

Devido à movimentação das partículas, mas explorando o suporte compacto do SPH, o *SPHysics* utiliza um algoritmo que restringe a busca células quadradas adjacentes, de lado  $2h$ .

### 4 Tratamento de Fronteira: Sólida e Livre

A imposição de borda impermeável para delimitar a geometria da aplicação em questão é essencial para o caso da ruptura de barragens. Dentre as existentes na literatura,

escolheu-se a de funções repulsivas. Pode também ocorrer o desprendimento de partículas do fluido (fronteira livre) que no *SPHysics* é identificado e tratado adequadamente.

Na borda, as partículas da fronteira exercem uma força repulsiva, ou seja, as partículas do fluido sofrem uma força repulsiva cuja magnitude está em função direta com a distância entre a partícula e a fronteira. Em [7] é utilizada uma função de repulsão para definir uma força que mantém partículas dentro do domínio computacional, de forma que a partícula do fluido não penetre na fronteira sólida. No caso de uma partícula que se move paralelamente à fronteira o resultado não é satisfatório [6]. Porém mais tarde, em [6] esta técnica foi modificada para se adequar às partículas que se movem paralelamente a uma parede.

No SPH, as partículas do fluido podem se desprender de diferentes formas. Essas partículas devem ser identificadas e tratadas para evitar efeitos espúrios. O tratamento dessas partículas é chamado de "Verificação dos Limites" no *SPHysics*.

Quando uma partícula do fluido supera o limite superior na direção Z vertical, o domínio computacional é estendido e novas células são criadas, como observado na Figura 2. As partículas do fluido podem então ocupar essas células de acordo com sua posição. Assim, o número de células na vertical é modificado dinamicamente dependendo da "maior" posição da partícula do fluido. O caso inverso ocorre quando as partículas descem, como mostrado na Figura 2.

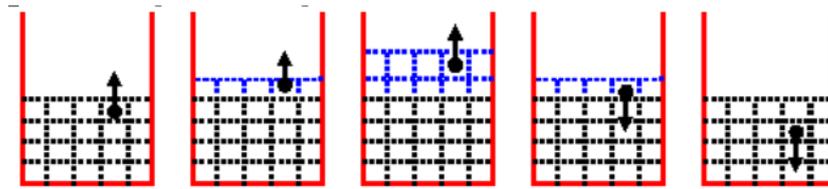


Figura 2: Evolução de novas células na direção Z, dependendo das partículas do fluido em movimento [8]

É interessante observar que o SHPysics também faz esse mesmo controle nas direções X e Y, para aumentar a eficiência computacional [1].

## 5 Equação de Estado

Para diminuir o esforço computacional e considerando a natureza do líquido em questão, é vantajoso estabelecer o cálculo da pressão por meio de uma equação de estado que evita então a tradicional solução da equação de Poisson. Neste trabalho esta estratégia é utilizada.

Assim a pressão é calculada através da equação de estado conhecida como equação de Tait,

$$P = B\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma - 1\right), \quad (4)$$

onde  $B = c^2 \rho_0 / \gamma$ , é o termo relacionado às flutuações da massa específica do fluido,  $\rho_0$  é a

massa específica de repouso do fluido,  $\gamma$  e  $c$  são magnitudes da velocidade de propagação do som no fluido. Aqui usa-se  $\gamma = 7$  como sugerido em [1].

## 6 Conservação da Massa

É preciso cuidar de possível variação da massa específica nas partículas. Para isso é considerada a equação de conservação de massa  $\frac{d\rho}{dt} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ . No formalismo padrão do SPH o fluido é tratado como compressível, o que permite o uso de uma equação de estado para determinar a pressão do fluido. No entanto, a compressibilidade é ajustada para diminuir a velocidade do som para que o tempo do modelo (com base na velocidade do som) seja razoável. Da equação (6), na notação SPH, a mudança na densidade do fluido é dada por:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \mathbf{v}_{ab} \nabla_a W_{ab} + qH, \quad (5)$$

em vez de usar uma soma ponderada de termos de massa, uma vez que é conhecido por resultar em uma diminuição de densidade artificial em relação a interfaces de fluidos [5].

## 7 Simulação Computacional

As simulações foram efetuadas usando o *SPHysics* que é um código livre inspirado na formulação de [5]. Foi elaborado como colaboração conjunta entre vários pesquisadores da Universidade Johns Hopkins (EUA), da Universidade de Vigo (Espanha), da Universidade de Manchester (U.K.) e da Universidade de Roma La Sapienza (Itália) [1]. O código *SPHysics* pode simular vários fenômenos, incluindo quebra de onda, barragens, objetos deslizantes, impacto de onda em uma estrutura, etc. O modelo foi colocado em forma modular e uma variedade de recursos estão disponíveis para escolher diferentes opções de compilação. Utilizamos a versão em FORTRAN. Assim foi fornecido o código do problema estudado, sendo possível modificar a geometria e parâmetros.

## 8 Resultado: Frente de Onda

Recentemente em [4] foi desenvolvido um experimento que fornece dados da evolução da interface de água. A simulação computacional faz a mimica desta situação experimental. A geometria e o dispositivo utilizado para o experimento, são descritos na Figura 3.

Utiliza-se uma equação mostrada em [2] para o cálculo da diferença entre as posições da frente de onda modelada e da experimental. A Tabela 1 mostra os resultados numéricos com uso desta equação, concluindo que o modelo simulado SPH com uso da viscosidade artificial  $\alpha = 0.1$  obteve êxito. Foram utilizadas nessa simulação 36823 partículas. Além disso utilizou-se o filtro de densidade Moving Least Squares (MLS).

Nas Figuras 4 e 5 são mostradas graficamente as interfaces da simulação em comparação com as obtidas pelo experimento presente em [4].

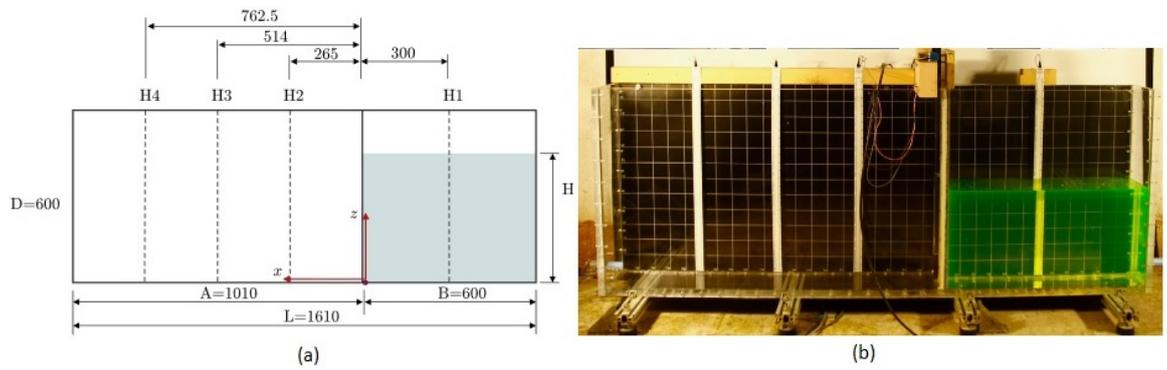


Figura 3: Dimensões do tanque

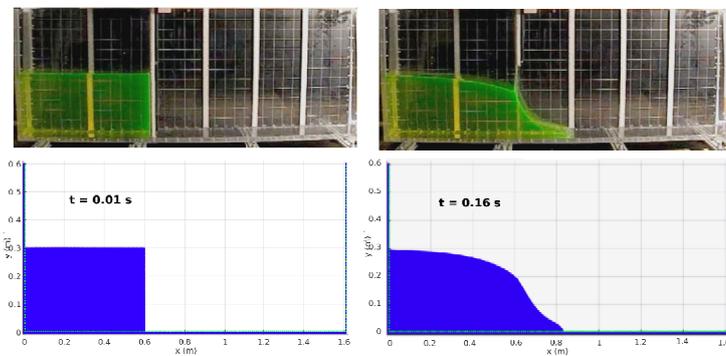


Figura 4: Comparação das interfaces da simulação com a da experimental, para os tempos 0.01s e 0.16s

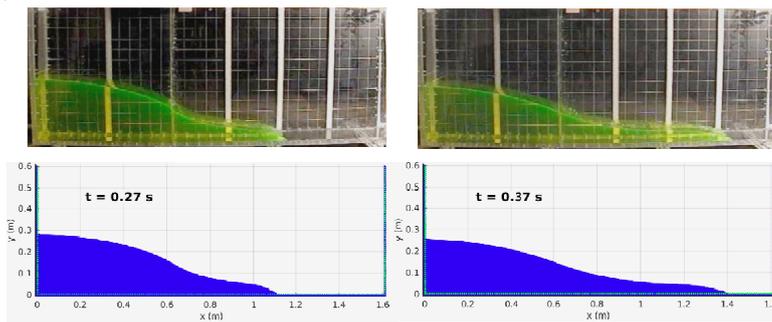


Figura 5: Comparação das interfaces da simulação com a da experimental, para os tempos 0.27s e 0.37s

Tabela 1: Resultados das Figuras 4 e 5.

	Tempo (s)	Modelo Experimental(cm)	SPH	Erro Percentual
$\alpha = 0.1$	0.16	86.5	82.7	4.39
	0.27	114.0	110.0	3.50
	0.37	136.2	139.4	-2.34

## 9 Conclusão

O *SPHysics* se mostrou uma ferramenta muito útil para a modelagem do problema ruptura de barragem, além de possuir uma gama de opções que ainda podem ser exploradas. Foram feitos vários testes, sendo que o uso da viscosidade artificial  $\alpha = 0.1$  forneceu o melhor resultado.

## Referências

- [1] A. J. Crespo, Application of the Smoothed Particle Hydrodynamics model *SPHysics* to free-surface hydrodynamics. Tese de Doutorado, UVIGO/ESP, 2008.
- [2] F. D. C. Fraga, Estudo da fase gravitacional-inercial do espalhamento de óleo em mar calmo empregando o método lagrangiano de partículas Smoothed Particle Hydrodynamics. Tese de Doutorado, UFES, 2014.
- [3] R. G. Liu and M. B. Liu. Smoothed Particle Hydrodynamics, a meshfree particle method, *World, Scientific Publishing*, 2003.
- [4] A. Lobovsky, L. Botia-Vera, E. Castellana, F. Mas-Soler, J. Souto-Iglesias, Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break, *Journal of Fluids and Structures*, volume 48, pages 407-434, 2014.
- [5] J. J. Monaghan, Smoothed Particle Hydrodynamics, *Annual Rev. Astron. Appl.*, volume 30, pages 543-574, 1992.
- [6] J. J. Monaghan and A. Kos, Solitary Waves on a Cretan Beach, *Journal Waterway, Portm Coastal and Ocean Engineering*, volume 125, pages 145-154, 1999.
- [7] J. J. Monaghan, Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break, *Simulating free surface flows with SPH*, volume 110, pages 399-406, 1994.
- [8] B. D. Violeau, D. Rogers. Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for free-surface flows: past, present and future. *Journal of Hydraulic Research*, 2016. DOI 10.1080/00221686.2015.1119209.