

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Modelagem Analítica de uma Viga em Balanço utilizando Material Piezelétrico com Efeito D31<sup>1</sup>

Felipe Klein Genz<sup>2</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, campus São Borja

Tatiane Miranda Molina<sup>3</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, campus São Borja

Odair Menuzzi<sup>4</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, campus São Borja

## 1 Introdução

Diante da crescente busca por estruturas mais esbeltas e leves percebe-se a importância do uso integrado de materiais inteligentes e técnicas de controle avançadas de forma que a estrutura consiga detectar vibrações prejudiciais, agindo automaticamente para gerar forças de controle objetivando sua atenuação.

Alguns trabalhos estudam a modelagem e localização ótima de atuadores e sensores em estruturas inteligentes, bem como o controle de vibrações nessas estruturas. [3] apresentou um estudo do posicionamento de atuadores piezelétricos em estruturas inteligentes, usando medidas de controlabilidade modal e espacial.

[1] trabalhou a modelagem analítica e numérica de estruturas com sensores e atuadores piezelétricos incorporados, em aplicações em controle ativo de estruturas tipo viga. [2] desenvolveu uma metodologia para a localização de sensores determinada topologicamente, através da maximização de uma medida de controlabilidade.

## 2 Modelagem Analítica

A modelagem leva em conta uma estrutura flexível do tipo viga que contém um atuador piezelétrico que aplica momentos concentrados em parte da estrutura (Figura 1).

Considerando o trabalho de [3], chegamos a Equação (1), que representa a solução da equação da viga com acoplamento piezelétrico. Onde  $\omega_i$  é a frequência natural,  $\chi$  representa os modos de vibrar,  $H$  é a função de Heaviside e  $f_i$  é o vetor de forças externas,

---

<sup>1</sup>versão 1.2.

<sup>2</sup>felipeklein38@gmail.com

<sup>3</sup>tatymolinatm.tm@gmail.com

<sup>4</sup>odair.menuzzi@iffarroupilha.edu.br

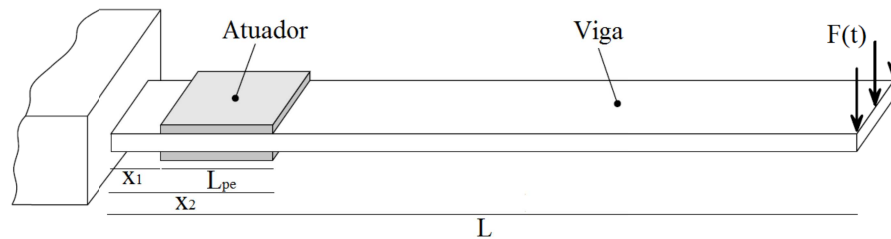


Figura 1: Viga em balanço com um piezelétrico incorporado ([4]).

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = f_i(x, t) + c_6 \left[ \frac{d}{dx} \chi_i(x_1) - \frac{d}{dx} \chi_i(x_2) \right] \quad (1)$$

Com:

$$f_i(x, t) = \int_0^L \chi_i(x) f(x, t) dx \quad (2)$$

$$c_6 \int_0^L \frac{d^2}{dx^2} [H(x - x_1) - H(x - x_2)] dx = c_6 \left[ \frac{d}{dx} \chi_i(x_1) - \frac{d}{dx} \chi_i(x_2) \right] \quad (3)$$

As variáveis de posicionamento dos atuadores têm os seguintes valores:  $x_1 = 0.1m$ ,  $x_2 = x_1 + L_{pe}$ .

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao suporte financeiro do Instituto Federal Farroupilha, Campus São Borja.

## Referências

- [1] J. J. de Lima JR. Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas. Tese de Doutorado, Unicamp, 1999.
- [2] O. Menuzzi, J. S. O. Fonseca, E. A. Perondi, J. F. Gonçalves, E. Padoin, O. A. A. Da Silveira. Piezoelectric sensors location by the observability gramian maximization using topology optimization. *Comp. Appl. Math*, 2018. DOI: 10.1007/s40314-017-0517-y.
- [3] S. A. Oliveira. Estudo do Posicionamento de Atuadores Piezelétricos em Estruturas Inteligentes. Tese de doutorado, Universidade Federal de Itajubá, 2008.
- [4] C. Vasques, J. D. Rodrigues. Active vibration control of smart piezoelectric beams: Comparison of classical and optimal feedback control strategies. *Computers and structures*, 2006. DOI: 10.1016/j.compstruc.2006.01.026.