

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Investigações sobre usos de padrões fractais em projetos arquitetônicos de mobiliários urbanos

Rosângela Salles dos Santos <sup>1</sup>

Instituto de Ciências Exatas e Geociências/ Área de Matemática/ Universidade de Passo Fundo, CEP 99001-970, Passo Fundo, RS, Brasil

Mirian Carasek <sup>2</sup>

Faculdade de Engenharia e Arquitetura/ Curso de Arquitetura e Urbanismo/ Universidade de Passo Fundo, CEP 99001-970, Passo Fundo, RS, Brasil

Rosana Maria Luvezute Kripka <sup>3</sup>

Instituto de Ciências Exatas e Geociências/ Área de Matemática/ Universidade de Passo Fundo, CEP 99001-970, Passo Fundo, RS, Brasil

**Resumo.** Com objetivo de explorar os potenciais usos de padrões fractais na construção de mobiliário urbano foi realizada uma pesquisa exploratória por professores e estudantes de Matemática e Arquitetura. Inicialmente fez-se uma pesquisa teórica e, posteriormente, foram propostas e exploradas diversas possibilidades de usos de padrões fractais na elaboração de projetos arquitetônicos, os quais envolveram mobiliários urbanos, que utilizavam na sua concepção a lógica fractal e que fossem propostas inovadoras, práticas, bonitas e seguras. A pesquisa interdisciplinar contribuiu com a aproximação entre teoria e prática o que possibilitou a ressignificação de vários conceitos envolvidos, tanto em Matemática, como em Arquitetura. Também permitiu perceber inúmeras possibilidades desse tipo de aplicação, nas quais os conhecimentos das diferentes áreas se complementam.

**Palavras-chave.** Geometria Fractal, Mobiliário urbano, Arquitetura.

## 1 Introdução

Ao serem observadas as formas arquitetônicas é possível perceber a presença de várias formas geométricas, de proporções e de simetrias entre as partes, que contribuem com a beleza das construções idealizadas.

Segundo Souza [11] a relação que existe entre as formas arquitetônicas e geométricas é importante e pode ser percebida tanto pela presença de conceitos da geometria euclidiana nas formas arquitetônicas convencionais, bem como da geometria não euclidiana presentes nas formas arquitetônicas mais modernas, tais como a presença de fractais, da biônica ou da topologia em construções mais inovadoras. O autor também destaca que os usos dos

---

<sup>1</sup>salles@upf.br

<sup>2</sup>miriancarasek@upf.br

<sup>3</sup>rkripka@upf.br

atuais recursos tecnológicos digitais impulsionaram essas construções, devido à facilidade de experimentação de projetos com novas formas arquitetônicas e de suas realizações.

Tendo em vista essa aproximação entre conceitos matemáticos e arquitetônicos, buscou-se, por meio da presente pesquisa, investigar de que modo padrões fractais poderiam ser utilizados na construção de mobiliários urbanos, com a finalidade de aprofundar os conhecimentos científicos de professores e estudantes de Matemática e Arquitetura, os quais são necessários para a idealização de projetos arquitetônicos diferenciados, bonitos, seguros e práticos.

## 2 Fundamentação Teórica

No final de década de 1970, surgiu a geometria fractal com os estudos do matemático Mandelbrot [4,5], a qual também foi usada como uma alternativa aos métodos convencionais de representação em Arquitetura.

Segundo Sedrez e Pereira [10], Peter Eisenman já em 1985 fazia uso da geometria fractal como um instrumento de design de forma. Desde então, percebeu-se que, no projeto arquitetônico, poderiam ser utilizados os princípios dos padrões fractais de modo a reproduzir a otimização de recursos e a beleza da simetria observadas em elementos da natureza. A ideia intuitiva do conceito de conjunto fractal refere-se a um conjunto no qual está inserida uma cópia reduzida de si mesmo, podendo ou não ser acompanhado de deformações. Alguns desses conjuntos podem ser construídos para servir de exemplos de um problema matemático enquanto que outros aparecem naturalmente no estudo de alguns problemas reais [3–5]. Assim, os padrões fractais são desenvolvidos de modo a possibilitar a criação de formas e volumes semelhantes aos diversos padrões encontrados na natureza por meio de diferentes estratégias matemáticas. Atualmente, os fractais têm auxiliado no desenvolvimento de várias áreas do conhecimento como a engenharia, as comunicações telefônicas, as artes, entre outras. Segundo Barbosa [1], na década de 1950, Mandelbrot, trabalhando na *International Business Machines* (IBM), deparou-se com o problema de ruídos eletrônicos existentes em linhas telefônicas usadas em rede entre computadores. Para resolver o problema, utilizou o fractal Poeira de Cantor, entendendo os erros de transmissão como um desses conjuntos. Como exemplos de pesquisas mais recentes podem ser citadas as investigações de Baptista [2] que elaborou uma dissertação sobre aplicações de fractais na engenharia e a investigação realizada por Cruz et al. [3] sobre “Codificação fractal de imagens” na qual indica que as técnicas fractais, quando combinadas com outras técnicas para codificação e transmissão de imagens, possibilitam um salto de desempenho percebido tanto na qualidade visual quanto nos tempos de processamento das imagens.

Martins e Librantz [6] destacam a existência de tendências atuais relativas ao urbanismo e ao planejamento urbano, nas quais se percebe, novamente, a valorização da escala humana e a participação e variedade de escalas que podem encontrar uma explicação científica nos conceitos apresentados pela geometria fractal. Segundo os autores, em razão da ampla possibilidade de uso da geometria fractal na elaboração de análises e proposições nas áreas de projeto urbano, desenho urbano e planejamento urbano regional, eles verificam a relevância de pesquisas investigativas, no cenário científico, sobre possibilidades de

aplicações de tais conceitos em projetos arquitetônicos.

Nesse sentido, apresenta-se os procedimentos e resultados de uma investigação realizada referente às possibilidades de usos de padrões fractais na construção de projetos de mobiliários urbanos, tendo em vista explorar a beleza da simetria propiciada pelo uso desses padrões.

### 3 Aspectos Metodológicos e Resultados

Inicialmente foi realizado um estudo teórico sobre a geometria fractal, tendo em vista a compreensão e a familiarização com os conceitos envolvidos. A equipe foi composta por duas professoras de Matemática e uma de Arquitetura e também por três discentes voluntários, um do curso de Design de Produto e dois do curso de Arquitetura e Urbanismo.

Após o estudo inicial, foram realizadas discussões para se compreender os principais conceitos sobre fractais, tais como a autossimilaridade, a dimensão fracionária e o processo recursivo, nas quais se refletiu sobre as características dos padrões fractais e sobre suas diferenças em relação aos mosaicos. Posteriormente, o trabalho foi direcionado para estudo do conceito de usos de padrões fractais na construção de mobiliários urbanos. Também foi proposta a construção de figuras ou sólidos com uso de materiais concretos, para familiarização. Como exemplo pode ser citado trabalho desenvolvido com o fractal Quartil Central, o qual foi construído a partir de dobradura em papel e recorte. Essa construção fez pensar intuitivamente na possibilidade de criação de luminárias conforme apresentado na Figura 1. Nesses dois casos de projetos de luminárias, é possível observar que as construções foram idealizadas com apenas quatro ou três iterações do Fractal Quartil Central, respectivamente.

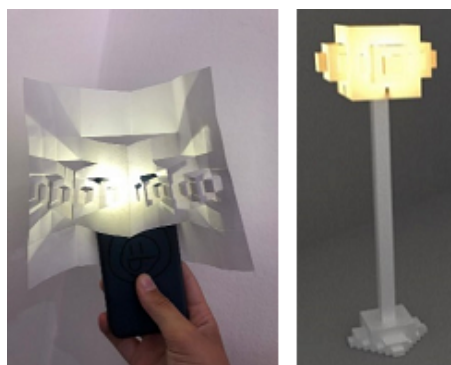


Figura 1: Imagens de propostas de luminárias com inspiração no uso do Fractal Quartil Central. Fonte: Autores

Em seguida, foram estudadas e construídas as árvores fractais em 2D e foi trabalhada a árvore fractal pitagórica em 3D. Essas construções também levaram à proposta de um projeto de uma luminária de rua, conforme apresentado na Figura 2. Nesse caso, a proposta considerou apenas a representação de 3 iterações do padrão fractal considerado.

Nos encontros seguintes foram analisadas propostas para projetos de paradas de ponto

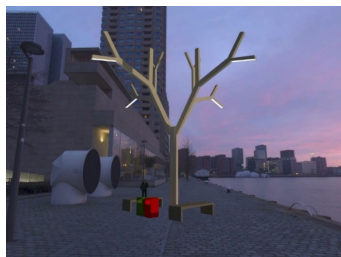


Figura 2: Projeto de luminária de rua inspirado na árvore fractal 3D. Fonte: Autores.

de ônibus pensadas pelos professores e acadêmicos, que participavam da pesquisa como voluntários. A primeira ideia analisada está apresentada na Figura 3. No entanto, com a análise da proposta percebeu-se que o padrão da estrutura não se enquadrava no conceito Geometria fractal, uma vez que não havia similaridade das partes com o todo.



Figura 3: Primeira proposta para idealização da parada de ônibus apresentada pelos acadêmicos. Fonte: Autores.

Em outra proposta, a estrutura central foi construída a partir do Fractal Quartil Central, no qual a cobertura era uma variação do mesmo fractal, conforme a apresentado na Figura 4. No entanto, analisou-se que a proposta não contemplava o conceito de “Abrigo” e as pessoas ficariam expostas às variações do tempo como vento, chuvas forte.

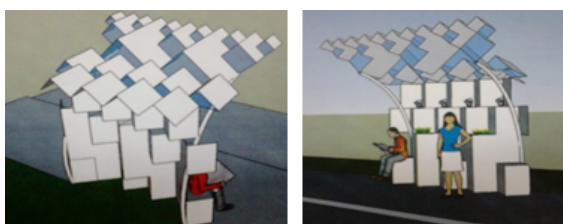


Figura 4: Vistas posterior e frontal de parada com uso do Fractal Quartil Central. Fonte: Autores.

Também foram propostas duas outras estruturas, conforme apresentado na Figura 5, com dois estudos diferentes de cobertura para o “corpo” da parada. No primeiro, havia uma cobertura translúcida, a qual envolvia a espiral Fibonacci e, no segundo estudo, a estrutura quartil central foi repetida na cobertura. A segunda proposta foi incrementada, ao ser acrescentado no piso da parada outro padrão fractal, o Carpete de Sierpinski, o que também pode ser observado na Figura 5.

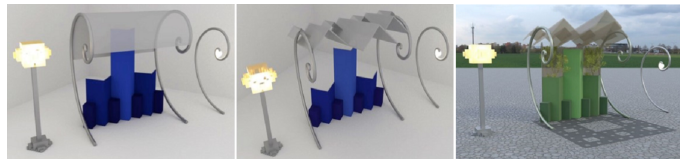


Figura 5: Perspectivas posterior e frontal de parada com uso do Fractal Quartil Central. Fonte: Autores.

Observando a terceira proposta, apresentada na Figura 5, é possível perceber que a parada de ônibus apresentava, em sua composição, três fractais diferentes, o Quartil Central, a Espiral Fibonacci e o Carpete de Sierpinski. A equipe concluiu que, nesse caso, os padrões diferentes não ajudavam a harmonizar o conjunto. Outra questão apontada foi que a estrutura precisava proteger as pessoas do vento e da chuva esse problema não parecia estar bem resolvido nessa proposta. Assim, foram pensadas em outras possibilidades e, finalmente, se chegou a proposta final, conforme apresentado na Figura 6.

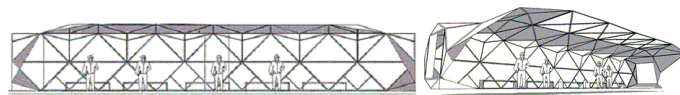


Figura 6: Vista frontal e em perspectiva do abrigo de ônibus da proposta final. Fonte: Autores.

Para a modelagem da parada de ônibus final foi utilizada a combinação de dois tipos diferentes de fractais, tendo em vista o abrigo adequado em relação à chuva ou ao vento. O fractal Mediatriz (ver Figura 7) foi utilizado para a construção da estrutura plana da parte de trás da parada, sendo representado até a iteração 3. E o fractal Gaxeta de Sierpinski Modificada, conforme ilustrado na Figura 8, para a construção dos fechamentos laterais e superior, ambos não planos. Um maior detalhamento da modelagem pode ser encontrado em [9]. A sua visualização, com renderização, pode ser visualizada na Figura 9.

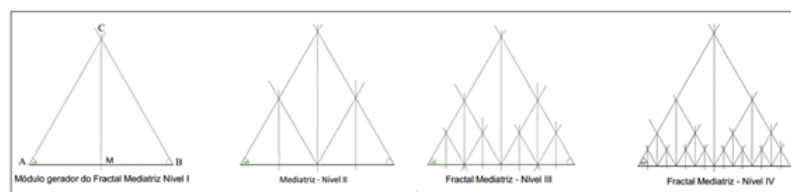


Figura 7: Construção do Fractal Mediatriz no programa GeoGebra. Fonte: Autores.

## 4 Conclusões

As construções arquitetônicas modernas cada vez mais apresentam inovações em suas propostas, as quais visam harmonizar beleza, praticidade e segurança. Nesse sentido, o uso da geometria fractal nas concepções de projetos, em especial de mobiliários urbanos,



Figura 8: Triângulo ou Gaxeta de Sierpinski e variação Gaxeta de Sierpinski Modificada. Fonte: [8]



Figura 9: Perspectiva frontal do abrigo de ônibus final proposto. Fonte: Autores.

podem colaborar com inovações que sejam adequadas às necessidades que se apresentam. Com o desenvolvimento da pesquisa, percebeu-se que os estudos teóricos para compreensão dos conceitos envolvidos, seja do ponto de vista matemático ou arquitetônico, foram fundamentais para a proposição de projetos inovadores, adequados e harmoniosos. No início, houve dificuldades para reconhecer se os padrões escolhidos eram fractais ou mosaicos, o que foi sendo esclarecido com o aprofundamento teórico. O grupo também percebeu que na construção das peças havia a limitação do número de iterações, pois tornava-se difícil o detalhamento dos elementos estruturais quando as dimensões desses elementos iam tornando-se cada vez menores. Também foi possível perceber que para a construção de projetos mais elaborados, para propor um fechamento superior e lateral adequado para as partes superiores e laterais, que seriam não planas, foi necessário o uso de fractais que possuíssem similaridade não exata, o que impulsionou o aprofundamento teórico, de modo a encontrar um padrão adequado. Além disso, os resultados das análises de algumas propostas indicam que o uso de alguns padrões fractais misturados não possibilitaram a harmonia desejada. Mas que, no caso de estruturas mais complexas, houve a necessidade de escolha de mais que um padrão, tendo em vista atender aos critérios técnicos estabelecidos e realizar os fechamentos necessários de modo adequado. Também se percebeu que devido as dimensões reais estabelecidas, foi preciso trabalhar com um mosaico de fractal, adaptando recortes do fractal mediatrix, o que não ocorreu no caso das luminárias. Ao final desse período investigativo nota-se que houve avanços cognitivos significativos sobre os entendimentos de conceitos da geometria fractal e sobre as possibilidades de seus usos nas concepções de projetos arquitetônicos de modo geral, e em especial, na concepção de mobiliários urbanos. Além disso, destaca-se o caráter prático dessa atividade investigativa, que possibilitou aproximar conhecimentos teóricos e práticos na resolução de problemas cotidianos, o que certamente contribuiu com a aprendizagem matemática dos conceitos relacionados à teoria da geometria fractal dos envolvidos no processo. Outro

aspecto importante a ser destacado é que essa pesquisa inicialmente teve como foco apenas a idealização dos projetos apresentados e, desse modo, as propostas ainda não foram efetivamente construídas. No entanto, é possível que, futuramente, o projeto da parada de ônibus possa ser construído na instituição onde foi realizada a pesquisa.

## Agradecimentos

Agradecemos aos discentes Alex Garcia Borges e Natália P. Paggotto, ambos do curso de Arquitetura e Urbanismo, e ao discente Lucas Silva Stein, do curso Design de Produto, pelas contribuições no processo investigativo e pelas construções computacionais, que possibilitaram visualizar as propostas idealizadas.

## Referências

- [1] R. M. Barbosa. *Descobrendo a geometria fractal para a sala de aula*. Autêntica, Belo Horizonte, 2002.
- [2] T. R. F. Baptista. *Fractais – aplicações em engenharia*, Dissertação de Mestrado, Instituto Superior de Engenharia do Porto, 2013.
- [3] A. Cruz, Y. Iano, F. S. S. Silva, R. F. L. Chavez. Codificação Fractal de Imagens. *Revista Telecomunicações*, 11:14–23, 2008.
- [4] B. B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman, New York, 1983.
- [5] B. B. Mandelbrot. *Objetos fractais: forma, acaso e dimensão seguido de panorama da linguagem fractal. 2a. edição*. Gradiva, Lisboa, 1998.
- [6] A. M. S. M. Martins, A. F. H. Librantz. A geometria fractal e suas aplicações em arquitetura e urbanismo. *Exacta*, 9:91–93, 2006.
- [7] G. A. Montenegro. *Geometria descritiva*. Edgard Blücher, São Paulo, 1991.
- [8] P. G. Ramalho. Geometria fractal: o jogo do caos. 2015. Disponível em: <http://slideplayer.com.br/slide/5029580/>. Acesso em: 02 de out. de 2017.
- [9] R. S. Santos, M. Carasek, R. M. L. Kripka, R. A. Lahm. Matemática e arquitetura: uso de fractais em mobiliário urbano. *Scientia Plena*, 14:01–14, 2018.
- [10] M. R. Sedrez, A. T. C. Pereira. Fractal Shape. *Nexus Network Journal*, 14:97–107, 2012.
- [11] E. E. Souza. Geometria e Arquitetura. *Revista Eletrônica de Arquitetura e Urbanismo (Arq. Urb)*, 1:105–118, 2008.