

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

# Avaliação dos métodos de diferenças finitas explícito e implícito na equação de calor, a partir da comparação das soluções analítica e numérica com uso do teorema de Lax

Mayhara Bernardino da Silva <sup>1</sup>

Universidade do Estado da Zona Oeste(UEZO)

Ramon de Attayde Barros de Souza <sup>2</sup>

Universidade do Estado da Zona Oeste (UEZO)

## 1 Resumo

A equação de calor está presente no estudo de equações diferenciais parciais, mais precisamente nas equações de 2ª ordem. Sua forma mais simples é descrita por

$$u_t = \alpha^2 u_{xx} \quad (1)$$

que considera uma barra isolada termicamente nas extremidades, com calor fluindo apenas na direção  $x$ . Na prática, esta equação é utilizada principalmente para determinar a quantidade de calor num dado instante, presente em algum ponto da barra [1].

Considerando as dificuldades em se obter soluções analíticas de equações diferenciais parciais, métodos numéricos são utilizados como alternativas extremamente úteis, quando se deseja obter valores para as soluções procuradas.

O método de diferenças finitas caracteriza-se pela discretização do domínio e a substituição das derivadas presentes na equação diferencial, por aproximações envolvendo apenas valores numéricos da função [2]. Tais aproximações são fundamentadas e expressas a partir da série de Taylor [5]. No âmbito das equações diferenciais parciais, constrói-se uma malha de pontos no domínio e, em seguida são feitas as aproximações, que dependendo da escolha dos pontos da malha a serem utilizados, podem ser explícitas ou implícitas.

## 2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo, avaliar métodos de diferenças finitas explícito e implícito na equação de calor abaixo, juntamente com as respectivas condições iniciais e de contorno:

---

<sup>1</sup>mayharaber@gmail.com

<sup>2</sup>ramonattayde@gmail.com

$$u_t = \alpha^2 u_{xx} \quad (2)$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0 \quad (3)$$

$$u(x, 0) = f(x) = \sin 2\pi x - \sin 5\pi x \quad (4)$$

$$0 \leq x \leq l \quad e \quad 0 < t < T$$

A avaliação será realizada, a partir da comparação das soluções analítica e numérica, juntamente com o uso do teorema de Lax [4], sendo este responsável pela análise de convergência.

A solução analítica será obtida utilizando o método de separação de variáveis, em conjunto com séries de Fourier [1] e de Taylor [5].

Para solução numérica, será utilizado o software Octave [3], com implementação de rotinas computacionais que simularão o processo de discretização inerente aos métodos de diferenças finitas. Inicialmente serão considerados:

$$\alpha^2 = \frac{1}{100} \quad (5)$$

$$l = 1 \quad (6)$$

$$T = 1 \quad (7)$$

Posteriormente esses valores serão alterados, com objetivo de avaliar a estabilidade, sob o critério de von Neumann [4].

Os resultados serão representados por gráficos 2d e 3d, destacando também os erros de aproximação que serão discutidos e justificados.

Pretende-se também destacar a importância do uso do teorema de Lax na resolução de equações diferenciais parciais via método de diferenças finitas e, por consequência justificando a importância da matemática aplicada em problemas práticos.

## Referências

- [1] W. E. Boyce, R.C. DiPrima. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. LTC, 2001;
- [2] J. A. Cuminato, M. M. Junior. *Discretização de equações diferenciais parciais. Técnicas de diferenças finitas*. IMPA, 2013;
- [3] J.W. Eaton. GNU Octave. *A high-level interactive language for numerical computations*. Edition 4 for Octave. 2018;
- [4] V. M. Iório. *EDP. Um curso de graduação*. IMPA, 2016;
- [5] E.L. Lima. *Curso de Análise*. IMPA, 1992.