

Um modelo de média simples da pressão de radiação solar: aplicações para mitigação de detritos espaciais

Jean Paulo S. Carvalho¹

UFRB/CETENS, Feira de Santana, BA, Brasil

Josué Cardoso dos Santos²

Technion/ASRI, Haifa, Israel e ITA/CEI, São José dos Campos, SP, Brasil

Carine M. Gonçalves³

UFRB/CETENS, Feira de Santana, BA, Brasil

Resumo. A pressão de radiação solar (PRS) é a perturbação mais relevante para objetos com grande razão área massa (A/m). Neste trabalho, desenvolvemos a equação da PRS considerando o modelo de média simples com o Sol em órbita elíptica e inclinada. É analisado a evolução orbital de detritos espaciais levando em conta o achatamento da Terra, a perturbação do terceiro corpo e a PRS. São feitas aplicações para mitigação de detritos espaciais usando uma vela solar. A ideia é usar a vela solar como sistema de propulsão utilizando o próprio Sol como fonte de energia, que é uma energia limpa e abundante, ao contrário dos propelentes químicos, para remover o lixo (detrito) espacial da órbita geoestacionária e também contribuir com a sustentabilidade da exploração espacial. Usando mapas de média dinâmica como ferramenta, mostra-se que a vela solar contribui fortemente para a excitação da excentricidade do detrito espacial, fazendo o detrito reentrar na atmosfera da Terra. Dessa forma, a vela solar pode funcionar como um mecanismo de remoção de detritos espaciais de forma limpa e sustentável.

Palavras-chave. Vela Solar, Sustentabilidade, Lixo Espacial, Pressão de Radiação Solar, Perturbações Orbitais

1 Introdução

Detritos espaciais (lixo espacial) são objetos artificiais não funcionais (incluindo fragmentos e seus elementos) na órbita terrestre ou reentrando na sua atmosfera [7]. A quantidade de detritos espaciais aumentou consideravelmente em décadas mais recentes. Esses objetos causam poluição espacial e são um risco para a exploração do espaço. Eles podem danificar satélites ativos orbitando a Terra ou podem colidir com outros detritos, gerando uma nuvem de detritos ainda menores [8]. Além disso, uma possível queda descontrolada desses objetos pode causar grandes danos à sociedade. Diversos estudos [1, 6, 9, 13] têm sido realizados com o interesse em encontrar uma solução para mitigar o problema dos detritos espaciais. Tendo esse contexto em mente, no presente trabalho será analisada a evolução orbital de detritos na órbita geoestacionária (GEO). O modelo matemático considera as principais forças perturbadoras, como a pressão de radiação solar (SRP) direta, a perturbação do terceiro corpo (PTC) e o achatamento da Terra. O efeito da PRS é a perturbação mais relevante para objetos com grande razão área-massa [6, 15]. Sabendo disso, a possibilidade de utilização de uma vela solar (ver [12] para um estudo detalhado sobre vela solar) será considerada em conjunto com as perturbações ambientais naturais que atuam na órbita dos

¹jeanfeg@gmail.com

²josuesantosunesp@gmail.com

³carinemoreira.fsa@gmail.com

detritos para forçar o crescimento da excentricidade desses objetos na órbita GEO. A vela solar é um tipo de propulsão que usa a PRS para gerar aceleração. Como ferramenta de análise da dinâmica serão usados mapas dinâmicos [2], estes que por sua vez já foram utilizados em estudos considerando PRS [3, 4].

Em um recente trabalho [14], o modelo de média dupla é aplicado para obter a equação da PRS e como resultado o termo de primeira ordem do polinômio de Legendre é constante, não afetando os elementos orbitais dos detritos. Neste trabalho, é desenvolvida a equação para o potencial perturbador devido ao terceiro corpo considerando o modelo de média simples com o Sol em órbita elíptica e inclinada, sendo que os termos de primeira e segunda ordem são obtidos. Mostramos que a pressão da radiação solar atua fortemente sobre os detritos em órbita geoestacionária permitindo um aumento da excentricidade, sendo que tal aumento é proporcional a razão área-massa dos detritos. Verificamos que a equação de primeira ordem devido a PRS é a principal perturbação no modelo e seu efeito é muito maior do que o termo de segunda ordem. A ideia de usar a vela solar é de que o sistema de propulsão utilizado é o próprio Sol que, diferentemente dos propelentes químicos, é uma fonte de energia limpa e abundante para contribuir com a sustentabilidade da exploração espacial. No presente trabalho desconsidera-se no modelo matemático o efeito da sombra da Terra, pois conforme apresentado em [10] este efeito não contribui significativamente na dinâmica. A ideia central é usar a vela solar acoplada ao detrito de forma que a PRS possa causar um aumento na excentricidade orbital dos detritos, já que em uma órbita GEO a excentricidade é quase zero e não há grandes variações ao longo do tempo e com isso os detritos permanecem nesta região por até centenas de anos. Mas quando considerando a vela solar acoplada aos detritos, estes objetos podem se aproximar da superfície da Terra em um tempo muito mais curto do que o decaimento orbital natural que pode variar de décadas até séculos. Em [15] é apresentada uma teoria semi-analítica para estudar os efeitos conjuntos da pressão da radiação solar direta e do arrasto atmosférico na órbita de um satélite artificial da Terra. As equações obtidas, quando se despreza a pressão da radiação solar, eliminam os termos de Poisson espúrios da teoria de Brouwer e Hori.

2 Modelo matemático

O modelo físico adotado para as forças consideradas na dinâmica leva em consideração a não esfericidade da Terra, as perturbações gravitacionais devidas ao Sol e Lua, e a pressão de radiação solar. A equação do movimento da nave espacial é dada por

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_M + \ddot{\mathbf{r}}_{3C} + \ddot{\mathbf{r}}_{PRS}. \quad (1)$$

em que $\ddot{\mathbf{r}}_M$ é a força induzida pelo campo gravitacional da Terra, o termo $\ddot{\mathbf{r}}_{3C}$ é a resultante da atração gravitacional do terceiro corpo (Sol e Lua) e o termo $\ddot{\mathbf{r}}_{PRS}$ representa a aceleração gerada pela pressão de radiação solar. Depois de várias manipulações algébricas a equação (1) é escrita em função dos elementos orbitais do detrito espacial. Os elementos orbitais que regem a órbita dos detritos no espaço são denominados de a -semieixo maior, e -excentricidade, i -inclinação, g -argumento do perigeu, h -longitude do nodo ascendente, sendo que para o corpo perturbador esses mesmos elementos são denominados com o índice \odot .

Depois das manipulações algébricas necessárias, a equação para representar o achatamento (J_2) da Terra com média simples pode ser escrito na forma

$$\langle R_{J_2} \rangle = -\frac{1}{4} \frac{J_2 R_e^2 n^2 (-2 + 3 \sin^2(i))}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (2)$$

em que R_e é o raio equatorial da Terra e n é o movimento médio do detrito. O termo devido ao achatamento da Terra (J_2) considerado é o segundo termo zonal do geopotencial. Após ma-

nipulações algébricas, o potencial perturbador devido a PRS com média simples e com o Sol em órbita elíptica e inclinada é escrito na forma

$$\begin{aligned}
 \langle R_{SRP} \rangle = & \frac{81}{64} \beta \frac{e a n_{\odot}^2 a_{\odot}}{(1-e_{\odot}^2)^2} \left[-\frac{1}{27} (20 \cos(i) - 20) (\cos(i_{\odot}) - 1) (e_{\odot}^2 - 2/5) * \right. \\
 & \cos(-l_{\odot} + g - h - g_{\odot} + h_{\odot}) - \frac{1}{27} (20e_{\odot}^2 - 8) (\cos(i) + 1) * \\
 & (1 + \cos(i_{\odot})) \cos(-l_{\odot} + g + h - g_{\odot} - h_{\odot}) + e_{\odot}^2 * \\
 & (\cos(i_{\odot}) - 1) (\cos(i) - 1) \cos(-3l_{\odot} + g - h - g_{\odot} + h_{\odot}) + \\
 & e_{\odot}^2 (\cos(i) + 1) (1 + \cos(i_{\odot})) \cos(-3l_{\odot} + g + h - g_{\odot} - h_{\odot}) + \\
 & \frac{16}{27} e_{\odot} (\cos(i_{\odot}) - 1) (\cos(i) - 1) \cos(-2l_{\odot} + g - h - g_{\odot} + h_{\odot}) + \\
 & \frac{16}{27} e_{\odot} (\cos(i) + 1) (1 + \cos(i_{\odot})) \cos(-2l_{\odot} + g + h - g_{\odot} - h_{\odot}) - \\
 & \frac{1}{27} e_{\odot}^2 (1 + \cos(i_{\odot})) (\cos(i) - 1) \cos(-l_{\odot} + g - h + g_{\odot} + h_{\odot}) - \\
 & \frac{1}{27} e_{\odot}^2 (\cos(i_{\odot}) - 1) (\cos(i) + 1) \cos(-l_{\odot} + g_{\odot} - h_{\odot} + g + h) + \\
 & \frac{1}{27} e_{\odot}^2 (\cos(i_{\odot}) - 1) (\cos(i) - 1) \cos(l_{\odot} + g - h - g_{\odot} + h_{\odot}) + \\
 & \frac{1}{27} e_{\odot}^2 (\cos(i) + 1) (1 + \cos(i_{\odot})) \cos(l_{\odot} + g + h - g_{\odot} - h_{\odot}) - \\
 & \frac{16}{27} e_{\odot} (1 + \cos(i_{\odot})) (\cos(i) - 1) \cos(2l_{\odot} + g - h + g_{\odot} + h_{\odot}) - \\
 & \frac{16}{27} e_{\odot} (\cos(i_{\odot}) - 1) (\cos(i) + 1) \cos(2l_{\odot} + g_{\odot} - h_{\odot} + g + h) - \\
 & e_{\odot}^2 (1 + \cos(i_{\odot})) (\cos(i) - 1) \cos(3l_{\odot} + g - h + g_{\odot} + h_{\odot}) - \\
 & e_{\odot}^2 (\cos(i_{\odot}) - 1) (\cos(i) + 1) \cos(3l_{\odot} + g_{\odot} - h_{\odot} + g + h) + \\
 & \frac{1}{27} (20 \cos(i) - 20) (e_{\odot}^2 - 2/5) (1 + \cos(i_{\odot})) \cos(l_{\odot} + g - h + g_{\odot} + h_{\odot}) + \\
 & \frac{1}{27} (20 \cos(i_{\odot}) - 20) (e_{\odot}^2 - 2/5) (\cos(i) + 1) \cos(l_{\odot} + g_{\odot} - h_{\odot} + g + h) + \\
 & 2 \left[\left(-\frac{20e_{\odot}^2}{27} + \frac{8}{27} \right) \cos(-l_{\odot} - g_{\odot} + g) + \cos(-3l_{\odot} - g_{\odot} + g) e_{\odot}^2 + \right. \\
 & \frac{16}{27} \cos(-2l_{\odot} - g_{\odot} + g) e_{\odot} - 1/27 e_{\odot}^2 \cos(-l_{\odot} + g_{\odot} + g) + \\
 & \frac{1}{27} e_{\odot}^2 \cos(l_{\odot} - g_{\odot} + g) - \frac{16}{27} e_{\odot} \cos(2l_{\odot} + g_{\odot} + g) - \\
 & \left. e_{\odot}^2 \cos(3l_{\odot} + g_{\odot} + g) + \cos(l_{\odot} + g_{\odot} + g) \left(\frac{20e_{\odot}^2}{27} - \frac{8}{27} \right) \right] \sin(i) \sin(i_{\odot}) \left. \right]
 \end{aligned} \tag{3}$$

em que n_{\odot} e l_{\odot} são o movimento médio e a anomalia média do corpo perturbador, respectivamente. O parâmetro β é definido por $\beta = \frac{\sigma^*}{\sigma}$, em que $\sigma^* = \frac{L_{\odot}}{c 2\pi\mu_{\odot}}$. Aqui, L_{\odot} é a luminosidade do Sol, c é a velocidade da luz, μ_{\odot} é o parâmetro gravitacional do Sol. Para o caso da Terra, $\sigma^* = 1.53 \text{ gr/m}^2$ [12]. O termo $\sigma = m/A$ é o parâmetro de carregamento da vela (densidade de área) dado pela massa m total da espaçonave (detrito) dividida pela área A da vela e é expresso em gr/m^2 . Note que a equação do potencial perturbador devido ao terceiro corpo (R_{PTC}) não será explicitada aqui por causa do tamanho da equação e a limitação do espaço (ver, por exemplo, [5]). Por fim, o potencial perturbador considerado neste trabalho pode ser escrito na forma

$$R = \langle R_{J_2} \rangle + \langle R_{J_{PRS}} \rangle + \langle R_{PTC} \rangle \tag{4}$$

3 Resultados

Nesta seção, apresentamos os resultados das simulações numéricas. Os dados dos detritos espaciais que são utilizados nas simulações são retirados do sítio "stuffin.space", sendo que essa plataforma é atualizada diariamente com dados de órbita do "Space-Track.org". Os dados orbitais dos detritos considerados na dinâmica estão na legenda das figuras. O potencial perturbador dado pela equação (4) é substituído no sistema de equações planetárias de Lagrange. Esse sistema de equações é integrado numericamente usando o software Maple. Para as integrações numéricas utilizamos a rotina `dsolve` do Software Maple com as opções "numeric" e "method=rkf45" (Runge-Kutta-Fehlberg).

Uma vez que no sítio "stuffin.space" não são fornecidos os dados do argumento do perigeu e da longitude do nodo ascendente do detrito, no presente estudo decidimos variar esses elementos orbitais (ver legenda das figuras) para verificar como os mesmos podem contribuir para o aumento da excentricidade. As Figuras 1(a), 1(b), 2(a) e 2(b) mostram através de mapas dinâmicos a amplitude da excentricidade representada na barra vertical de cores. Em [11] são mostrados os valores da relação A/m da vela solar para que o detrito se aproxime da atmosfera da Terra, aumentando a sua excentricidade por causa do efeito da pressão de radiação solar sobre a vela. Dessa forma, escolhemos o parâmetro A/m baseado neste trabalho, a saber $A/m = 25 \text{ m}^2/\text{kg}$.

A Figura 1(a) mostra que o objeto que possui excentricidade quase zero (0,002) é fortemente perturbado quando se leva em conta uma vela solar acoplada ao objeto. Note que a amplitude da excentricidade cresce consideravelmente até o objeto reentrar na atmosfera da Terra, sendo que esse objetivo é atingido para as regiões em vermelho. No entanto, observamos que para determinados valores iniciais da longitude do nodo ascendente, e ao variar o argumento do perigeu de zero a 360 graus, obtemos faixas constantes. Mas, notamos que quando modificamos a excentricidade do objeto para 0,05 a Figura 1(b) mostra que essas faixas são destruídas e regiões mais complexas aparecem na dinâmica. Ou seja, para objetos em órbitas circulares ou quase circulares o efeito das forças perturbadoras é ainda mais acentuado. Esse resultado é de suma importância para o caso dos detritos em órbita geoestacionária já que muitos desses corpos têm excentricidades quase zero. Já as Figuras 2(a) e 2(b) mostram o comportamento de dois detritos (corpos de foguetes) com órbitas mais excêntricas do que a apresentada na Figura 1(a). A característica da evolução orbital dos detritos é similar ao da Figura 1(b). Dessas figuras é possível identificar os valores em que a órbita do detrito é mais instável, ou seja, direcionando os detritos para valores do perigeu e da longitude do nodo ascendente escolhidos dos mapas podemos contribuir para uma aceleração no decaimento orbital do detrito. Assim, podemos economizar no tempo de reentrada e no custo da vela, escolhendo de forma mais apropriada o valor da área massa da vela solar. Esses aspectos contribuem para a sustentabilidade da exploração espacial, pois fornecem possibilidades de remoção de detritos espaciais e ao mesmo tempo que usam um mecanismo de propulsão limpo e abundante que usa a energia do Sol.

4 Conclusões

Uma vez que atualmente a quantidade de detritos espaciais em órbita da Terra já apresenta um número muito alarmante, sendo que podem no futuro próximo inviabilizar a exploração espacial, neste trabalho mostramos uma opção para a mitigação do lixo espacial utilizando uma vela solar acoplada ao detrito espacial. Consideramos as principais forças perturbadoras para analisar a dinâmica de uma vela solar acoplada ao detrito para que essas perturbações, em especial a pressão de radiação solar, contribuam para remoção desses objetos da órbita terrestre. Mostramos mapas de cores que podem ser úteis na escolha dos parâmetros orbitais com os quais o detrito deve ser direcionado para ajudar a aumentar o crescimento da excentricidade e com isso uma aproximação

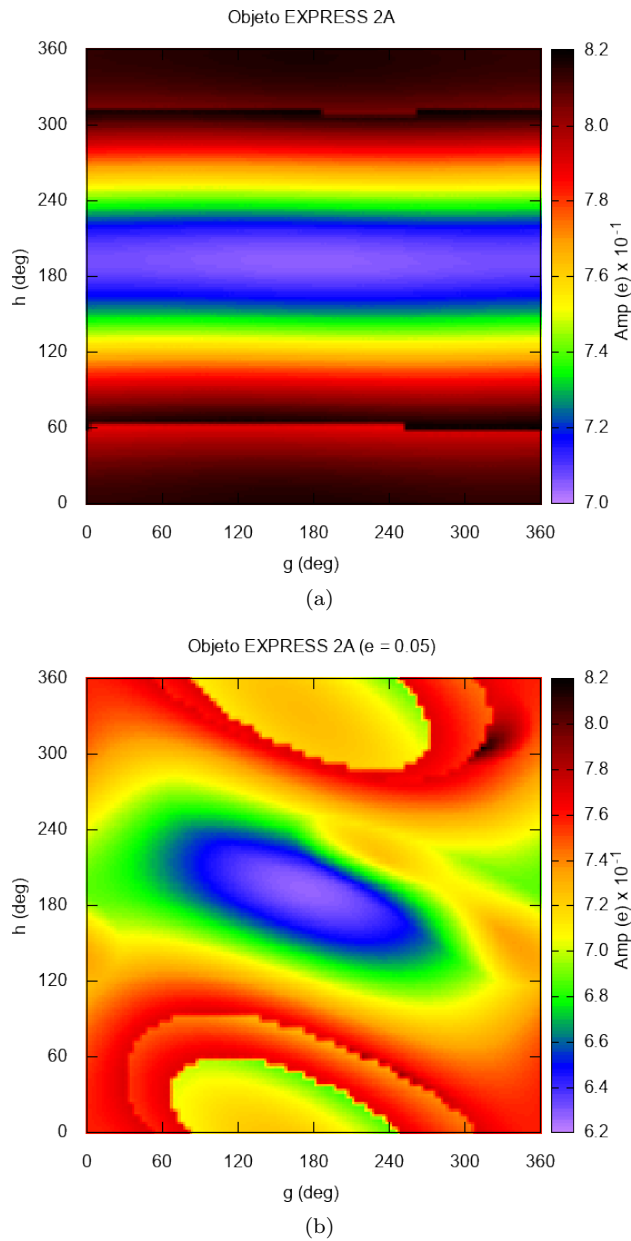


Figura 1: Objeto Payload: EXPRESS 2A. Condições iniciais: $a = 38751$ km, $i = 10,73^\circ$. Parâmetros: $g = 0..360^\circ$ and $\Delta g = 5^\circ$, $h = 0..360^\circ$ e $\Delta h = 5^\circ$. Potencial Perturbador: $R_{J_2} + R_{SRP} + R_{2SA_{Sun}} + R_{2SA_{Moon}}$. Tempo de integração: 1 ano, $Amp(e) = e_{max} - e_{min}$, $A/m = 25 \text{ m}^2/\text{kg}$. a) Excentricidade real $e = 0,002$ b) Excentricidade fictícia $e = 0,05$.

do detrito com a atmosfera da Terra para ser incinerado. Esses parâmetros para a mitigação dos detritos são o argumento do perigeu (g) e a longitude do nodo ascendente (h). Dessa forma, com uma escolha apropriada do par (g, h) podemos reduzir o tempo da reentrada dos detritos e reduzir os custos da vela solar escolhendo o valor adequado do parâmetro área-massa. Com

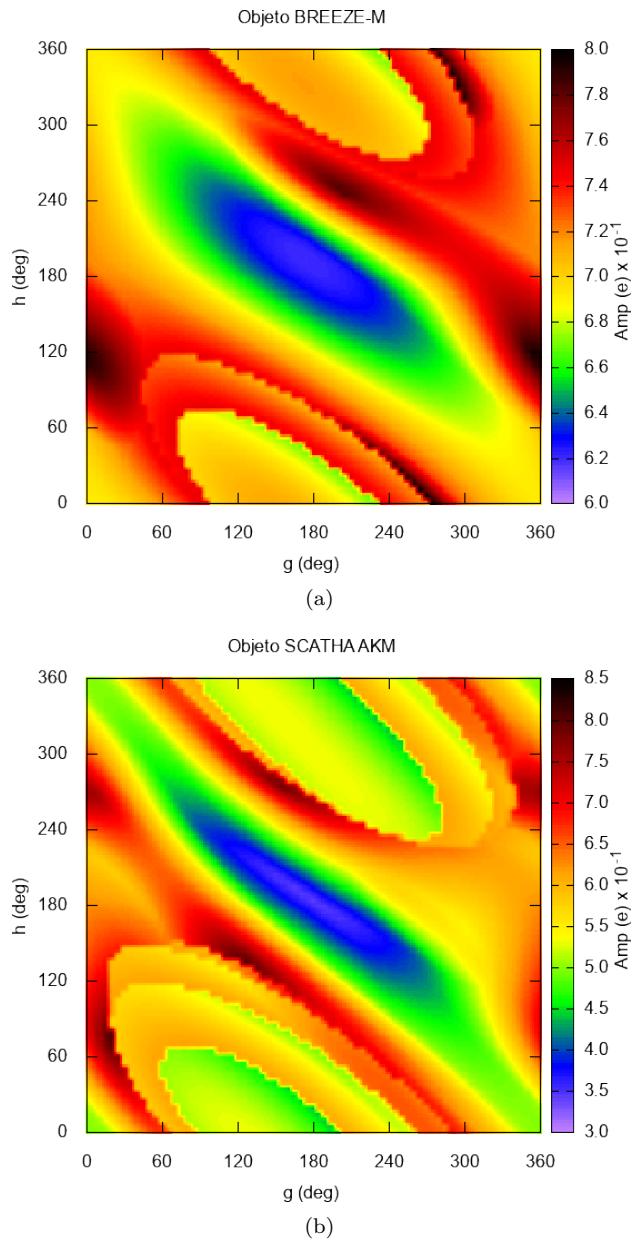


Figura 2: Parâmetros: $g = 0..360^\circ$ and $\Delta g = 5^\circ$, $h = 0..360^\circ$ e $\Delta h = 5^\circ$. Potencial Perturbador: $R_{J2} + R_{SRP} + R_{2SA_{Sun}} + R_{2SA_{Moon}}$. Tempo de integração: 1 ano, $Amp(e) = e_{max} - e_{min}$, $A/m = 25 \text{ m}^2/kg$. a) Corpo de foguete: BREEZE-M. Condições iniciais: $a = 38751 \text{ km}$, $e = 0.083$, $i = 5, 9^\circ$ b) Corpo de foguete: SCATHA AKM. Condições iniciais: $a = 35430 \text{ km}$, $e = 0, 2$, $i = 14, 28^\circ$.

isso, pretendemos contribuir com a mitigação dos riscos causados pelo lixo espacial de maneira sustentável por meio de um mecanismo propulsivo limpo e que se utiliza de uma fonte de energia também limpa e abundante, a saber a energia do Sol.

Agradecimentos

JCS agradece ao Technion, ITA e CAPES pelo suporte através do Technion's Faculty of Aerospace Engineering Postdoctoral Fellowship e da Bolsa Jovem Talento CAPES-PRINT. Os autores agradecem ao PIBIC da UFRB.

Referências

- [1] Alessi, E. A., Schettino, G. Rossi, A., Valsecchi, G. B. Solar radiation pressure resonances in low earth orbits, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 473:2407-2414, 2018.
- [2] Cardoso dos Santos, J., Carvalho, J. P. S., Prado, A. F. B. A., Vilhena de Moraes, R. Lifetime maps for orbits around Callisto using a double-averaged model, *Astrophysics and Space Science*, 367:227, 2017.
- [3] Cardoso dos Santos, J. Study of the dynamics around celestial bodies using analytical and semi-analytical techniques, *PhD Thesis*, São Paulo State University - UNESP, 2018.
- [4] Carvalho, J. P. S., Cardoso dos Santos, J., Prado, A. F. B. A., Vilhena de Moraes, R. Some characteristics of orbits for a spacecraft around Mercury, *Computational and Applied Mathematics*, 37:267-281, 2018.
- [5] Carvalho, J. P. S., Vilhena de Moraes, R. A semi-analytical approach using the single and double averaged methods and the Lidov-Kozai mechanism, *EPJ ST*, 229:1491-1500, 2020.
- [6] Casanova, D., Petit, A., Lemaître, A. Long-term evolution of space debris under the J_2 effect, the solar radiation pressure and the solar and lunar perturbations, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 123:223-238, 2015.
- [7] ESA. *ESA's Annual Space Environment Report*, Darmstadt, 2018.
- [8] Formiga, J. K. S., Santos, D. P. S., Fiore, F. A., Vilhena de Moraes, R., Prado, A. F. B. A. Study of collision probability considering a non-uniform cloud of space debris, *Computational and Applied Mathematics*, 39:1-15, 2020.
- [9] Gkolias, I., Colombo, C. Towards a sustainable exploitation of the geosynchronous orbital region, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 131:1-30, 2019.
- [10] Hubaux, C., Lemaître, A. The impact of Earth's shadow on the long-term evolution of space debris, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 116:79-95, 2013.
- [11] Lima, J. S., Carvalho, J. P. S., Gonçalves, C. M. Vela Solar: uma opção para remoção do lixo espacial. In: Anais do I Congresso Brasileiro Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia. Anais. Diamantina(MG) Online, 2020.
- [12] McInnes, C. R. *Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications*, Springer-Praxis Series in Space Science and Technology, Springer-Verlag, 1999.
- [13] Skoulidou, D. K., Rosengren, A. J., Tsiganis, K., Voyatzis, G. Medium Earth Orbit dynamical survey and its use in passive debris removal, *Advances in Space Research*, 63:3646-3674, 2019.
- [14] Tresaco, E., Elipe, A., Carvalho, J. P. S. Frozen orbits for a solar sail around Mercury, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 39:1659-1666, 2016.
- [15] Vilhena de Moraes, R. Combined solar radiation pressure and drag effects on the orbits of artificial satellites, *Celestial Mechanics*, 25:281-292, 1981.