Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Existência e concentração de soluções para um problema biharmônico singularmente perturbado

Heloisa L. Sousa* **Marcos T.O. Pimenta**
Depto de Matemáfica e Computação, FCT, Unesp
19060-900, Pres. Prudente, SP
E-mail: heloisalopessousa@hotmail.com, pimenta@fct.unesp.br

RESUMO

Neste trabalho estudamos a versão estacionária de uma equação de Schrödinger biharmônica. Mais especificamente, abordamos o seguinte problema

$$\begin{cases} \epsilon^4\Delta^2 u + V(x)u = f(u) \ \text{ em } \mathbb{R}^N \\ u \in H^2(\mathbb{R}^N), \end{cases} \tag{1}$$

onde f e V satisfazem o seguinte conjunto de hipóteses:

(V_1) $V \in C^0(\mathbb{R}^N) \cap L^\infty(\mathbb{R}^N)$,

(V_2) Existe $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ aberto e limitado tal que

$$\inf_{\mathbb{R}^N} V < \inf_{\partial\Omega} V,$$

(f_1) $f \in C^1(\mathbb{R})$,

(f_2) $f(0) = f'(0) = 0$,

(f_3) existem constantes $c_1, c_2 > 0$ e $p \in (1, 2_* - 1)$, tais que $|f(s)| \leq c_1|s| + c_2|s|^p$, para todo $s \in \mathbb{R}$, onde $2_* = \frac{2N}{N-4}$,

(f_4) Existe $\theta > 2$ tal que

$$0 < \theta F(s) \leq f(s)s,$$

para todo $s \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, onde $F(s) = \int_0^s f(t)dt$.

(f_5) $\dfrac{f(s)}{s}$ é crescente para $s > 0$ e decrescente para $s < 0$.

O principal resultado provado é o seguinte teorema.

Teorema 1. *Sejam V e f satisfazendo (V_1) e (V_2) e (f_1) - (f_5), respectivamente. Então para toda sequência $\epsilon_n \to 0$, existe uma subsequência que continuaremos a denotar por (ϵ_n) tal que (1) (com ϵ_n no lugar de ϵ) possui uma solução não-trivial $u_n \in H^2(\mathbb{R}^N)$. Ainda mais, sendo x_n ponto de máximo de $|u_n|$, então $x_n \in \Omega$ e ainda*

$$\lim_{n\to\infty} V(x_n) = \inf_{\mathbb{R}^N} V.$$

---

*Bolsista CAPES

A prova deste resultado segue argumentos variacionais e é inspirada no chamado método de penalização desenvolvido por Del Pino e Felmer em [1]. Este foi adaptado para equações de quarta ordem por Pimenta e Soares em [2, 3], onde foi possível contornar a perda de princípio do máximo para o operador Δ^2.

A nossa contribuição neste trabalho é apresentar uma prova do Teorema 1 que, embora sob condições mais fortes que em [2], apresenta os argumentos principais de forma mais clara devido a considerarmos aqui a chamada condição de Ambrosetti-Rabinowitz (f_4), ao invés da condição de superquadraticidade em F dada por $\lim_{s\to\infty} F(s)/s^2 = +\infty$.

Palavras-chave: *Equações biharmônicas, Métodos Variacionais*

Referências

[1] M. Del Pino, P. Felmer - Local moutain pass for semilinear elliptic problems in unbounded domains, *Calc. Var. Partial differential Equations*, 4 (1996) 121-137.

[2] M.T.O. Pimenta, S.H.M. Soares- Existence and concentration of solutions for class of biharmonic equations, *J. Math. Anal. Appl.*, 390 (2012) 274-289.

[3] M.T.O. Pimenta, S.H.M. Soares- Singularly perturbed biharmonic problems with superlinear nonlinearities, *Adv. Differential Equations*, 19 (2014) 31-50.

