

# Modelagem matemática para descrever a influência da vegetação no microclima local amazônico

Carlos F. L. dos Santos<sup>1</sup>

UNESP, Botucatu, SP.

Fernando L. P. dos Santos<sup>2</sup>

UNESP, Botucatu, SP.

**Resumo.** A Amazônia brasileira tem aproximadamente 5,5 milhões de  $km^2$  de floresta e vem sendo desmatada por inúmeras razões, como aumento da área de pastagens, agricultura, construção de usinas hidrelétricas, dentre outras. O desmatamento afeta diretamente o microclima local e o convívio das populações ecológicas, colocando várias espécies em sérios riscos de extinção. Diante disso, faz-se necessários propor estratégias de recuperação das áreas degradadas. Nosso objetivo é propor um modelo matemático que descreva a recuperação da área desmatada e sua influência no microclima local. O modelo matemático é composto de um sistema não-linear de Equações Diferenciais Parciais ( $EDP_s$ ). O sistema considera fenômenos de dispersão populacional, dinâmicas vitais do tipo Verhulst e competições inter e intraespecíficas, descritas pela clássica modelagem do tipo Lotka-Volterra não-linear, combinado às  $EDP_s$  de difusão-advecção. Os resultados numéricos, obtidos via discretização do sistema pela técnica de diferenças finitas, mostraram-se de acordo com os fenômenos considerados pelo modelo, evidenciando que as competições inter e intraespecíficas definiram a nova paisagem ecológica local, que as mudanças no uso da terra interferem diretamente no comportamento padrão do microclima local e que, portanto, as florestas tropicais são fundamentais à manutenção da estabilidade climática local.

**Palavras-chave.** Competições entre Espécies, Difusão-Advecção, Simulação Computacional.

## 1 Introdução

Dispersão, mortalidade de espécies, competições entre espécies na busca por sobrevivência, desmatamento, impactos ambientais e mudanças climáticas vêm sendo estudadas, analisadas e discutidas ao longo do tempo por muitos estudiosos da modelagem matemática.

A modelagem matemática em fenômenos biológicos vem sendo estudada deste Malthus (1766 – 1834), passando por Verhulst (1804 – 1849), Lotka-Volterra (1880 – 1949) até os dias atuais.

Os modelos mencionados acima consideravam apenas a variação temporal. Neste trabalho nosso interesse principal são nas  $EDP_s$  não-lineares, clássico no contexto da modelagem de dispersão populacional, envolvendo equação de difusão-advecção acoplados termos do tipo Lotka-Volterra e dinâmicas vitais do tipo Verhulst, [10], cuja dimensão espacial apresenta importância relevante.

A proposta é modelar matematicamente as competições pelos recursos (água, luz e nutrientes) entre três espécies de vegetação (Cumarú, Ingá, Pau-Preto) em uma área degradada que está em processo de recuperação, a fim de definir a futura paisagem ecológica e sua influência no microclima dessa região, neste caso, considerando na modelagem os conceitos de calor latente ( $L$ )

---

<sup>1</sup>carlos.frank@unesp.br

<sup>2</sup>fernando.pio@unesp.br

e calor sensível ( $H$ ) ambos medidos em ( $W/m^2$ ). O processo de reflorestamento pode impactar significativamente no clima regional e global, ocasionando aumento de 5 a 20% na precipitação (chuva) [4].

O aumento de  $L$  implica diretamente em aumento de precipitação (chuva), a redução de  $L$  implica diretamente em escassez de precipitação (chuva), assim como o aumento de  $H$  implica diretamente em aumento de temperatura, a redução de  $H$  implica diretamente em diminuição de temperatura.

Em áreas desmatadas, a maior parte da energia disponível a superfície é utilizada para aquecer o ar, devido a não disponibilidade de água para evaporar. Assim, o fluxo de  $H$  aumenta e  $L$  diminui. Nas áreas de floresta,  $H$  representa apenas 14% utilizado para aquecimento, e  $L$  71% utilizado para precipitação [11].

O modelo proposto é resolvido numericamente pelo método de Diferenças Finitas Centrais de segunda ordem para a variável espacial combinado ao método de Diferenças Finitas de Crank-Nicolson para variável tempo. Simulações computacionais foram performadas resolvendo-se o modelo discretizado, com o intuito de visualizar a dinâmica espaço-temporal do processo de recuperação da área degradada, sob as influências climáticas locais expressas pelos fatores, como calor latente e calor sensível.

A Seção seguinte descreve o modelo matemático proposto para elucidar a dinâmica de recuperação de uma área degradada e sua influência no clima local.

## 2 Modelo Matemático

O sistema de equações diferenciais parciais dado no modelo (1) descreve a recuperação da área degradada e sua influência no microclima local em cada ponto  $(x,y)$  do domínio retangular  $\Omega = [a; b] \times [a; c] \subset \mathbb{R}^2$ , aberto, não vazio e fronteira  $\partial\Omega$  suficientemente regular em cada instante de tempo  $t \in (0, T]$ , sendo  $T$  o tempo total.

O domínio computacional bidimensional considera uma população com 48 indivíduos (plantas), sendo 16 de cada espécie ( $P_1, P_2, P_3$ ) a uma distância de 3 metros entre os indivíduos, distribuídos de forma alternada dispostos em 6 linhas e 8 colunas em todo domínio  $\Omega$  da aplicação, como mostra a Figura 1.

$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$
$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$
$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$
$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$
$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$
$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$
$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$
$P_1$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_3$	$P_2$

Figura 1: Distribuição inicial de  $P_1, P_2, P_3$  no domínio computacional  $\Omega$ .

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial P_1}{\partial t} = \alpha_1 \left( \frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_1}{\partial y^2} \right) - u_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial P_1}{\partial y} - \mu_1 P_1 + \lambda_1 P_1 \left[ 1 - \frac{P_1 + \gamma_1 P_2 + \sigma_1 P_3}{K} \right]; \\
 \frac{\partial P_2}{\partial t} = \alpha_2 \left( \frac{\partial^2 P_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_2}{\partial y^2} \right) - u_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial P_2}{\partial y} - \mu_2 P_2 + \lambda_2 P_2 \left[ 1 - \frac{P_2 + \gamma_2 P_1 + \sigma_2 P_3}{K} \right]; \\
 \frac{\partial P_3}{\partial t} = \alpha_3 \left( \frac{\partial^2 P_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_3}{\partial y^2} \right) - u_3 \frac{\partial P_3}{\partial x} - v_3 \frac{\partial P_3}{\partial y} - \mu_3 P_3 + \lambda_3 P_3 \left[ 1 - \frac{P_3 + \gamma_3 P_2 + \sigma_3 P_1}{K} \right]; \\
 \frac{\partial L}{\partial t} = \alpha_4 \left( \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right) - \mu_4 L + \lambda_4 L \left[ \frac{\beta_1 P_1}{\beta_1 P_1 + K} + \frac{\beta_2 P_2}{\beta_2 P_2 + K} + \frac{\beta_3 P_3}{\beta_3 P_3 + K} \right]; \\
 \frac{\partial H}{\partial t} = \alpha_5 \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) - \mu_5 H - \lambda_5 H \left[ \frac{\delta_1 P_1}{\delta_1 P_1 + K} + \frac{\delta_2 P_2}{\delta_2 P_2 + K} + \frac{\delta_3 P_3}{\delta_3 P_3 + K} \right]; \\
 \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega_i} = -c_j P_1; \\
 \frac{\partial P_2}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega_i} = -d_j P_2; \\
 \frac{\partial P_3}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega_i} = -g_j P_3; \\
 \frac{\partial L}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega_i} = -n_j L; \\
 \frac{\partial H}{\partial \eta} \Big|_{\partial \Omega_i} = -m_j H.
 \end{array} \right. \quad (1)$$

sendo as espécies Cumaru ( $P_1$ ), Ingá ( $P_2$ ), Pau-Preitinho ( $P_3$ ), Calor latente ( $L$ ) em ( $W/m^2$ ) e Calor sensível ( $H$ ) em ( $W/m^2$ );  $\eta$  é um vetor normal a superfície;  $c_j, d_j, g_j, n_j, m_j, j = 1, \dots, 4$  são as constantes de proporcionalidades adequadas as condições de contorno do tipo Robin [8].

Os coeficientes de difusão serão representados pelo parâmetros  $\alpha_i$ , os decaimentos são representados pelos parâmetros  $\mu_n$ , a taxa de crescimento e dada por  $\lambda_s, i, n, s = 1, \dots, 5$ , os coeficientes de advecção serão descritos por  $\langle u_k, v_k \rangle, k = 1, 2, 3$ , os termos de competições interespecíficos e intraespecíficos são dados, respectivamente, por  $\frac{\lambda_s * \sigma_k}{K}$ , e  $\frac{\lambda_s}{K}$  e uma capacidade de suporte  $K$ .

O modelo e o domínio foram discretizados visando uma solução por aproximação numérica pelo método de diferenças finitas de Crank-Nicolson no tempo [10] e diferenças finitas centrais na dimensão espacial, com condições de fronteira do tipo Robin [8].

A seguir tem-se os resultados numéricos obtidos pelas simulações computacionais de (1).

### 3 Resultados Numéricos

Nesta Seção apresentam-se os resultados numéricos das simulações computacionais do modelo (1) das dinâmicas das três espécies de vegetação, com o intuito de visualizar a recuperação da área degradada e a influência dessa regeneração no microclima local Amazônico.

Para as simulações, consideram-se as competições inter e intraespecíficas em um domínio bidimensional  $\Omega$  e o tempo  $T = 5000$  dias (aproximadamente 13 anos).

Tabela 1: Valores dos parâmetros usados nas simulações.

Par.	Valores	Par.	Valores	Par.	Valores	Par.	Valores	Unidade
$\alpha_1$	$0,0149e^{-2}$	$\alpha_2$	$0,022e^{-2}$	$\alpha_3$	$0,0127e^{-2}$	$\alpha_4$	0,011	área/tempo
$\mu_1$	0,002	$\mu_2$	0,001	$\mu_3$	0,004	$\mu_4$	0,001	$h^{-1}$
$u_1$	0,011	$u_2$	0,01	$u_3$	0,013	$\alpha_5$	0,021	área/tempo
$v_1$	0,05	$v_2$	0,07	$v_3$	0,072			área/tempo
$\lambda_1$	0,31	$\lambda_2$	0,58	$\lambda_3$	0,22	$\lambda_4$	0,021	nº real
$K$	16	$ny$	8	$dx$	0,0125	$nx$	6	nº real
$\gamma_1$	0,003	$\gamma_2$	0,02	$\gamma_3$	0,005			área/ind. $t^2$
$\sigma_1$	$0,011e^{-3}$	$\sigma_2$	$0,010e^{-3}$	$\sigma_3$	$0,0015e^{-3}$			área/ind. $t^2$
$\beta_1$	0,001	$\beta_2$	0,003	$\beta_3$	0,005	$\lambda_5$	0,013	nº real
$\delta_1$	0,002	$\delta_2$	0,004	$\delta_3$	0,001			nº real
$dt$	0,01	$dy$	0,0125					nº real
						$\mu_5$	0,002	$h^{-1}$

A Tabela 1 mostra os valores dos parâmetros utilizados nas simulações computacionais.

Os parâmetros de difusão foram considerados de acordo com [5], [6], [9] os de advecção foram considerados de acordo com [7], os de decaimento e taxa de crescimento foram obtidos conforme [2].

Os parâmetros de competições inter e intraespecíficas foram baseados em [1].

Inicialmente as espécies  $P_1, P_2$  e  $P_3$  tinham densidades iguais 1,  $L = 6W/m^2$  e  $H = 8W/m^2$ . As simulações foram feitas em ambiente Scilab 6.1, em notebook, modelo HP 240 G3, processador Intel CORE i3, RAM 4 GB, com tempo médio de processamento de 47 minutos.

### 3.1 Resultados referentes ao espaço

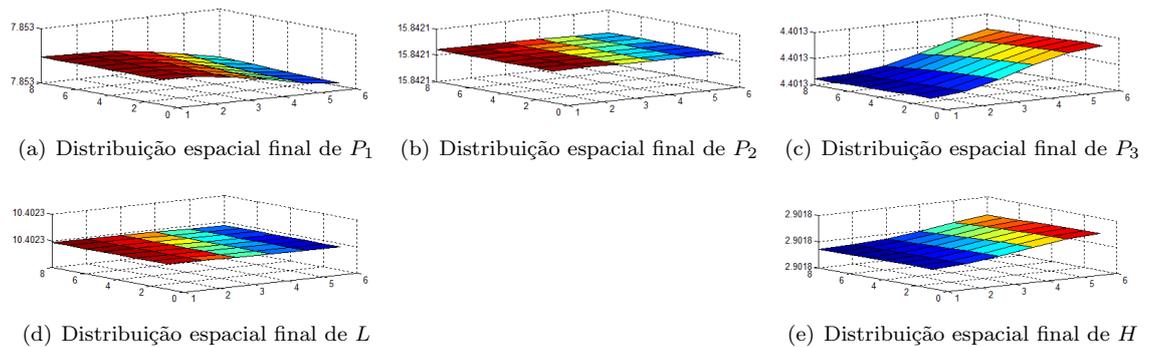


Figura 2: Resultados numéricos computacionais das dinâmicas espaciais de  $P_1, P_2, P_3, L$  e  $H$ ;  $\Delta x = \Delta y = 0,0125$ ;  $\Delta t = 0,01$ ;  $T = 13$  anos. Cores próximas do azul indicam baixa densidade da espécie e próximo ao vermelho, alta densidade da espécie.

A sequência de Figuras 2(a) a 2(e) descrevem a partir das condições iniciais as dinâmicas espaciais de cada espécie de vegetação e o comportamento espacial de  $L$  e  $H$  descrito pelo modelo (1).

- A Figura 2(a) descreve os efeitos dos fenômenos considerados no modelo (1) sobre a espécie  $P_1$ . Podemos observar o espalhamento natural de  $P_1$  por todo o domínio, devido os efeitos da difusão e da advecção provocando a sobreposição de nicho acarretando as competições e inibindo o crescimento natural de espécies com baixo poder de competição. Ainda nesta Figura, é possível notar uma região do domínio em que a densidade de  $P_1$  é menor que em outra. Isso pode ser explicado pela intensificação das competições entre as três espécies.
- A Figura 2(b) mostra a dinâmica espacial da espécie  $P_2$ . Pode-se notar nesta dinâmica que as competições não provocaram inibição de crescimento nesta espécie. Uma explicação que pode ser dada é que a espécie  $P_2$ , na sobreposição de nicho, pode ter desenvolvido melhor estratégia de competição dificultando acesso das demais espécies aos recursos disponíveis, inibindo o crescimento das demais espécies.
- A Figura 2(c) exibe a dinâmica espacial da espécie  $P_3$ . Nota-se neste resultado que os efeitos mais evidentes das competições provocadas pela sobreposição de nicho (devido difusão e advecção) que inibiu o crescimento dessa espécie. A baixa densidade dessa população poderia ser explicada por  $P_3$  ter tido alguma desvantagem na competição com as demais espécies, obtendo menos recursos para o seu desenvolvimento. Em regiões distintas do domínio  $\Omega$  esta espécie teve densidades diferentes, na região de maior densidade ocorre exatamente onde  $P_1$  tem menor densidade, isso decorre das competições com  $P_1$  ter sido favorável a  $P_3$  nesta região;
- A Figura 2(d) descreve o comportamento do calor latente,  $L$ , que se manteve estável, isso ocorre devido a influência da vegetação nas bordas que propagam  $L$  para todo domínio por meio da difusão. Como a região já está sendo coberta por vegetação, então  $L$  começa a ser predominante também nessa região;
- A Figura 2(e) descreve o comportamento do calor sensível,  $H$ . Aqui é possível observarmos uma intensidade maior de  $H$  na parte em que as espécies  $P_1$  e  $P_2$  tem densidade mais baixa e o calor latente  $L$  tem menor concentração. Como antes a região era desmatada, isso contribuiu para grande concentração de  $H$  nessa região e aos poucos essa concentração está se desfazendo devido a influência da vegetação que está se recuperando na região e aumentando a densidade do calor latente  $L$ .

Em síntese, a densidade final de cada espécie foi:  $P_1 = 7,85$ ,  $P_2 = 15,84$ ,  $P_3 = 4,4$ ,  $L = 10,4$  e  $H = 2,9$ . Comparando-se com os valores iniciais de  $L$  e  $H$ , houve 73,3% de aumento no calor latente e 51,6% de redução no calor sensível. Na Figura 2 podemos observar que a espécie  $P_2$  predominou em todo domínio  $\Omega$  definindo a nova paisagem ecológica.

### 3.2 Resultados referentes ao tempo

A Figura 3 descreve as dinâmicas temporais das três espécies  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  e sua influência no microclima local ao decorrer do tempo e ao longo do domínio computacional estabelecido.

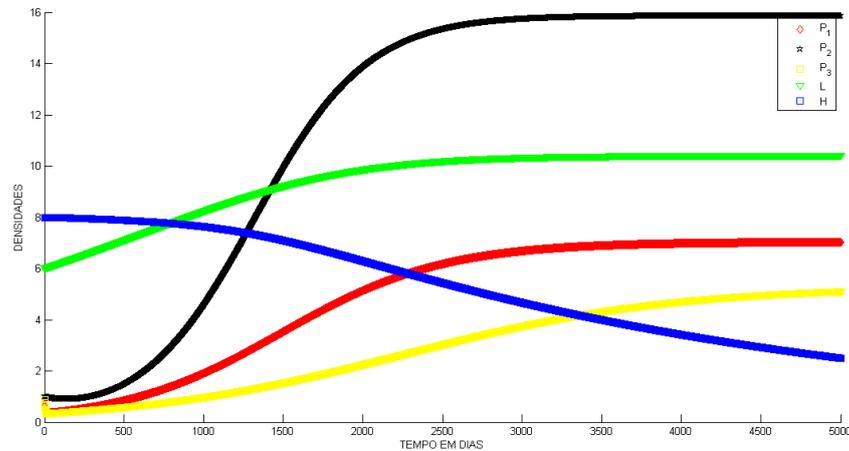


Figura 3: Resultados numéricos computacionais das dinâmicas temporais de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $L$  e  $H$ ,  $\Delta t = 0, 01$ ;  $T = 5000$  dias.

A Figura 3 mostra que com o passar do tempo há uma estabilidade entre as espécies e que em aproximadamente 13 anos a área antes degradada estará recuperada com a predominância da espécie  $P_2$ , definindo a nova paisagem ecológica no meio desmatado.

Os resultados mostram ainda que em áreas desmatadas,  $H$  é predominante em relação a  $L$ . Consta-se que a medida que a densidade de vegetação vai se recuperando na região desmatada, ocorre uma inversão de fluxo de calor, ou seja,  $H$ , que era predominante, se reduz e  $L$ , que era menos intensa, passa a predominar na região onde antes era dominado por  $H$ . Isso é uma clara manifestação da influência da vegetação no microclima.

A Seção seguinte sintetiza as principais conclusões acerca dessa investigação numérica computacional dos efeitos da vegetação no clima local.

## 4 Conclusões

Há evidências de resultados extremamente prejudiciais à vida e a biodiversidade a curto, médio e longo prazos decorrentes de uma larga gama de efeitos de impactos ambientais. Dentre estes o desmatamento, a redução da precipitação e o aumento da temperatura, afetam de modo irreversível o delicado e instável equilíbrio do convívio de espécies que se inter-relacionam ambientalmente.

O objetivo deste estudo foi propor um modelo matemático que descreva a recuperação da área desmatada considerando competições de modo intra e interespecíficas das espécies  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , elucidando futura sucessão ecológica e sua influência no microclima local.

A partir dos resultados das simulações, concluí-se o seguinte:

- O aumento da difusão provoca forte influência na ocorrência das competições, que por sua vez define a nova paisagem ecológica;
- O fenômeno advectivo é um fator determinante na coexistências de algumas espécies e formação de floresta mista;
- A nova paisagem ecológica somente pode ser visualizada no domínio quando se considera os efeitos difusivo e advectivo na modelagem;

- Essa nova paisagem ecológica está sendo definida pela espécie  $P_2$  que desenvolve melhor estratégias de competição na captação dos recursos;
- A cobertura vegetal em áreas desprovidas de vegetação pode provocar mudanças no fluxo de energia ocasionando redução da temperatura e aumento na precipitação.

De modo geral, a mudança do solo desprovido de vegetação para o solo com a cobertura vegetal devido o reflorestamento afeta diretamente os fluxos de calor latente ( $L$ ) e calor sensível ( $H$ ). Além disso, como o aumento de  $L$  implica no aumento da precipitação e a redução de  $H$  acarreta em diminuição da temperatura [3], se torna evidente que as mudanças no uso da terra interferem diretamente no comportamento padrão do microclima local e que as florestas tropicais são fundamentais à manutenção da estabilidade climática local.

## Referências

- [1] Gotelli, N. J., Graves, G. R. *Null models in ecology, 2a. edição*. Princeton Editorial, London, 1996.
- [2] Jaquetti, R. K. Ecophysiology of fabaceae tree species during forest restoration in the balbina hydroelectric dam in Amazonas state, Tese de Doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia, 2018.
- [3] Lyra, R., Noble, C., Fisch, G., Rocha, E., Rocha, H. e Souza, S. Efeitos do desmatamento na termodinâmica da baixa atmosfera *Anais do VIII Congresso Meteorológico Brasileiro*, volume 1:81–84, 1994.
- [4] Malhi, Y. The carbon balance of tropical forest regions, 1990–2005. *Current Opinion in Environmental Sustainability*, 2:237–244, 2010.
- [5] Marchuk, G. I. *Mathematical models in environmental problems, 16a. edição*. North Holland, 1986.
- [6] Okubo, A. *Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models, 1a. edição*. Springer, 1980.
- [7] Prestes, M. F. B. Dispersão de material impactante em meio aquático: Modelo matemático, aproximação numérica e simulação computacional-Lagoa do Taquaral, Dissertação de Mestrado, Unicamp, 2011.
- [8] Santos, C. F. L. Modelagem matemática do aumento de densidade de vegetação na Amazônia e dinâmica populacional com competição intra e interespecífica, Dissertação de Mestrado, Unicamp, 2013.
- [9] Skellam, J. C. *Random dispersal in theoretical populations, 38a. edição*. Biometrika, London, 1951.
- [10] Sossae, R. C. A presença evolutiva de um material impactante e seu efeito no transiente populacional de espécies interativas: modelagem e aproximação, Tese de Doutorado, Unicamp, 2003.
- [11] Souza, S. S. A substituição da floresta amazônica por pastagem e sua repercussão ao nível da termodinâmica da camada limite atmosférica. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Campina Grande, 1997.