# Métodos para cálculo de áreas regulares e irregulares nos anos finais do segundo segmento do Ensino Fundamental

Roberth G. Pereira[1]
E.E. Adalgisa de Paula Duque, Lima Duarte, MG
Sandro R. Mazorche[2]
Instituto de ciências Exatas, Departamento de Matemática, UFJF, Juiz de Fora, Brasil

O presente trabalho faz parte de um estudo realizado em [1], o qual traz a tona parte da realidade que se encontra ao descrever a geometria nos anos finais do segundo segmento do Ensino Fundamental. Analisamos o que é proposto ano a ano nos livros didáticos, bem como o plano de ensino de 2019 da Escola Estadual Adalgisa de Paula Duque, sempre dentro da BNCC [3] e dos PCN [4]. Com anos de experiência, foi fácil notar a deficiência no cálculo de áreas, pois, muitas vezes, encontramos estudantes presos a fórmulas sem entender o conceito. Assim, com o intuito de conservar e enfatizar o conceito de áreas e permitir que os alunos desenvolvessem estratégias na resolução de problemas, apresentamos além das fórmulas comumente trazidas nos livros didáticos, alguns métodos para o cálculo de áreas, que fogem a realidade atual dessa etapa do ensino regular, principalmente em escolas públicas.

Tratamos do cálculo de áreas por fórmulas deduzidas, áreas de polígonos regulares, área de circunferência por integral e por aproximação de polígonos regulares (Teorema do Confronto), utilizando trigonometria, aproximação por quadrículas, Fórmula de Pick, áreas por triangulação e um método mecânico onde utilizamos o planímetro (figura a). Apesar de existirem vários modelos, fizemos uso do Planímetro Polar de Amsler, cuja marca é Koizumi KP-27. Esta ferramenta composta por dois braços, polar e traçador, unidos por um receptáculo responsável pelos registros de contagem. O planímetro nos permite calcular áreas de superfícies regulares e irregulares, porém quando há deslizes e movimentos bruscos por parte do operador, o erro relativo pode facilmente ultrapassar 0,15%. A constante de calibragem do planímetro depende do fabricante e, caso o operador não tenha a tabela de constantes, geralmente disposta na tampa da caixa, ele deverá fazer sua própria constante de calibragem.

Apesar de o método mecânico para calcular áreas ser prático, existe uma matemática bastante sutil por trás do aparelho. O planímetro é uma aplicação direta do Teorema de Green. Este associa a integral de linha de uma curva $C$ com a integral dupla de uma região $R$ limitada por tal curva.

**Teorema:** *Seja $C$ uma curva fechada simples seccionalmente suave e $R$ uma região limitada por $C$. Se $f$ e $g$ são funções reais de duas variáveis contínuas com derivadas parciais primeiras contínuas em toda uma região aberta $D$ contendo $R$, então*

$$\oint_C f(x,y)dx + g(x,y)dy = \iint_R \left(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right) dxdy. \tag{1}$$

Determinando o campo vetorial de direções definido pelo planímetro, onde $r$ é o comprimento

[1]roberth-pires@hotmail.com
[2]sandro.mazorche@ufjf.edu.br

(a) Planímetro

(b) Lago de Lima Duarte

dos braços, temos

$$f(x,y) = \frac{1}{r}\left(-\frac{y}{2} - \frac{x}{2}\sqrt{\frac{4r^2}{x^2+y^2} - 1}\right) \; e \; g(x,y) = \frac{1}{r}\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\sqrt{\frac{4r^2}{x^2+y^2} - 1}\right). \qquad (2)$$

De (1) e (2) temos, portanto

$$\oint_C f(x,y)dx + g(x,y)dy = \frac{1}{r}A_R,$$

sendo $A_R$ a área da região cercada por $C$. Vemos que a constante de multiplicação no uso do planímetro depende apenas do comprimento de seus braços. Detalhes podem ser vistos em [1].

Para estudo teórico e aplicações, um grupo de estudantes do 9º ano foi reunido para várias atividades, algumas de própria autoria podem ser vistas em [1], outras em [2]. O intuito de tais atividades é incentivar e aprimorar estratégias na resolução de problemas, muitos desses podemos encontrar em situações cotidianas. Entre estas foi proposto aos estudantes determinar a área do Lago de Lima Duarte (figura b), um problema maior e fora das paredes da escola. Como calcular? Tendo os métodos apresentados, chegamos à conclusão que o melhor seria o uso do planímetro. Então, com o auxílio de um drone, fotografamos o lago a 166 m de altura. Os estudantes, assim, fizeram várias leituras e, para uma melhor precisão, fizemos a média delas e chegamos a uma área de 4384 $m^2$, o que é uma área próxima a 4350 $m^2$, área original do projeto.

## Agradecimentos

Ao PROFMAT/UFJF e a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa de Mestrado.

## Referências

[1] Pereira, R. G. Métodos para cálculo de áreas regulares e irregulares nos anos finais do ensino fundamental 2, Dissertação de Mestrado, UFJF, 2020.

[2] Wagner, E. Teorema de Pitágoras e áreas. Programa de Iniciação científica da OBMEP. IMPA. Rio de Janeiro, 2016. ISBN: 978-85-244-0342-2.

[3] Brasil. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, DF, 2017.

[4] Brasil. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.