

Modelagem computacional do processo de danificação do concreto em mesoescala

Wanderson F. dos Santos,¹ Wellington H. Vieira²

Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP

Resumo. O concreto é um material amplamente empregado na indústria da Construção Civil, o que justifica a realização de estudos para entender de forma mais precisa o seu comportamento. Nesse contexto, o presente trabalho trata da determinação do comportamento constitutivo do concreto por meio de uma abordagem baseada em homogeneização computacional. O objetivo principal é avaliar em maiores detalhes o efeito da heterogeneidade do concreto considerando o processo de danificação da matriz na mesoescala do material. Uma etapa importante consiste na implementação do modelo de Mazars, que é baseado em conceitos da Mecânica do Dano Contínuo e permite capturar o processo de microfissuração da matriz. Deste modo, o modelo de Mazars é implementado e validado em um código computacional para análises com elementos finitos. Posteriormente, estuda-se o efeito das heterogeneidades na mesoescala do concreto considerando o conceito de Elemento de Volume Representativo (EVR). O comportamento constitutivo macroscópico ou homogeneizado é obtido através da implementação de um procedimento de homogeneização computacional, em que o EVR é simulado numericamente com elementos finitos. O modelo de dano foi validado e o processo de homogeneização levou a resultados próximos da referência utilizada. Portanto essa abordagem pode ser utilizada para o desenvolvimento e uso de concretos com propriedades inelásticas específicas.

Palavras-chave. concreto, mesoescala, heterogeneidade, dano, homogeneização computacional

1 Introdução

O concreto apresenta uma grande variedade de aplicações na área da Engenharia Civil, incluindo a construção de edifícios, onde este material é empregado em calçadas, fundações, colunas, vigas, lajes, paredes e outros elementos importantes [1]. Entre as principais vantagens do concreto, podem ser citadas: (i) Facilidade para ser moldado em diferentes formas e tamanhos; (ii) Impermeabilidade; (iii) Durabilidade; (iv) Resistência ao fogo, ao choque e à vibrações; (v) Bom custo/benefício em diversos lugares devido à ampla disponibilidade das matérias primas que o compõe.

Uma característica do concreto é o comportamento quase-frágil, isto é, sua ruptura não é precedida por uma deformação apreciável. Em particular, o concreto possui ainda uma resposta diferente em relação às solicitações de tração e compressão. Já o comportamento constitutivo não-linear do concreto é o resultado de processos de iniciação, acumulação, coalescência e propagação de microfissuras na estrutura interna do material. Portanto, o processo de fissuração corresponde ao mecanismo físico preponderante de degradação das propriedades mecânicas do concreto, o que promove a redução de rigidez e resistência do material [2].

Modelos constitutivos fenomenológicos do contínuo (ou puramente macroscópicos) podem apresentar limitações na análise do comportamento de materiais com estrutura interna mais complexa. Tal limitação é observada no concreto, em que a obtenção de um modelo macroscópico realístico

¹wanderson_santos@usp.br

²wvieira@usp.br

não é fácil devido ao grande número de parâmetros a serem identificados. Vale mencionar que o concreto é proveniente da mistura de aglomerante (cimento), agregados (miúdo e/ou graúdo) e água. Diante disso, o concreto é um material heterogêneo cujo comportamento é fortemente dependente dos materiais constituintes, incluindo aspectos como a geometria, distribuição espacial e as propriedades dos materiais individuais, bem como sua interação (interface) [3, 4]. Portanto, uma análise mais minuciosa do comportamento do concreto requer o estudo dos fenômenos físicos observados nas escalas inferiores.

Dentro desse contexto, o presente trabalho visa utilizar uma abordagem baseada em homogeneização computacional para investigar o comportamento constitutivo macroscópico do concreto considerando o efeito das heterogeneidades em mesoescala, que é formada pela matriz cimentícia e agregados. Inicialmente, utilizam-se os conceitos da Mecânica do Dano para implementar e validar o Modelo de Mazars [5] para análises em elementos finitos. A mesoescala do concreto é modelada através do conceito de Elemento de Volume Representativo (EVR), que é simulado numericamente através do Método dos Elementos Finitos. O comportamento da matriz cimentícia é governado pelo modelo de Mazars [5], que permite considerar o processo de microfissuração. Já as inclusões são consideradas com comportamento elástico. Por fim, o comportamento constitutivo macroscópico ou homogeneizado do concreto é obtido numericamente a partir da média no volume dos campos de tensão e deformação computados no EVR.

2 Conceitos preliminares

2.1 Homogeneização baseada na média no volume dos campos microscópicos

No contexto das teorias de homogeneização, os campos macroscópicos (homogeneizados) de tensão (Σ) e deformação (E) podem ser obtidos a partir da média no volume dos campos microscópicos de tensão (σ) e deformação (ε), respectivamente [6]:

$$\Sigma = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = \langle \sigma \rangle \quad (1)$$

$$E = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon dV = \langle \varepsilon \rangle \quad (2)$$

onde, $\langle \rangle$ indica média no volume e V é o volume total inicial do EVR.

A associação entre microescala e macroescala é estabelecida pelo Princípio de Hill-Mandel [6, 7]. Em resumo, assume-se uma mesma quantidade de energia em ambas as escalas:

$$\Sigma : E = \frac{1}{V} \int_V \sigma : \varepsilon dV = \langle \sigma : \varepsilon \rangle \quad (3)$$

A solução do problema microscópico é obtida a partir da resolução de um Problema de Valor de Contorno (PVC) para o EVR. Nesse contexto, diferentes condições de contorno podem ser aplicadas no EVR de forma conveniente. No contexto do presente trabalho, cabe destacar a condição de deformação homogênea no contorno. Neste caso, os deslocamentos aplicados no contorno do EVR são compatíveis com um estado de deformação homogênea (E^*):

$$u = E^* \cdot x \quad \forall \quad x \in \partial V \quad (4)$$

onde, x é o vetor de posições. Ademais, pode-se provar que $E = \langle \varepsilon \rangle = E^*$ para a condição de deformação homogênea no contorno.

2.2 Modelo de Mazars [5]

De modo geral, as formulações da Mecânica do Dano estão fundamentadas na premissa da redução progressiva das propriedades do material, como rigidez e resistência, decorrente do processo de microfissuração. Nesse contexto, define-se a relação constitutiva para o meio contínuo como:

$$\sigma = (1 - D)Y\varepsilon \tag{5}$$

em que, Y é a rigidez; e D é a variável de dano, que representa a intensidade da degradação do material.

Existem diferentes modelos que definem a forma de evolução do dano. Um deles é o Modelo de Dano de Mazars [5], desenvolvido para uso em concreto. Esse modelo tem como premissas: (i) o material apresenta um comportamento elástico; (ii) localmente o dano é o resultado de extensões ao longo de no mínimo uma das direções principais de deformação; (iii) o dano é isotrópico; (iv) o dano é representado pela variável escalar $D \in [0, 1]$, em que $D = 0$ representa o material íntegro e $D = 1$ representa o material totalmente danificado.

O alongamento do material pode ser definido pela deformação equivalente, dada por:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_i \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \tag{6}$$

em que, ε_i é uma componente de deformação principal.

A deformação equivalente é dada por deformações de alongamento (sinais positivos):

$$\langle \varepsilon_i \rangle_+ = \frac{1}{2} (\varepsilon_i + |\varepsilon_i|) \tag{7}$$

Nesse contexto, o dano ocorre quando a deformação equivalente atinge um valor de referência ε_{D0} . Essa deformação de referência é obtida a partir de ensaios de tração uniaxial quando se observa a tensão máxima resistida pela amostra. De modo geral, o critério de dano pode ser escrito como:

$$f(\tilde{\varepsilon}, D) = \tilde{\varepsilon} - K(D) \leq 0 \tag{8}$$

em que: a variável $K(D)$ está relacionada ao valor histórico da deformação equivalente ($\tilde{\varepsilon}$) em função do dano (D) e possui valor inicial igual a ε_{D0} .

A Equação (19) também pode ser escrita em função do tempo:

$$\dot{f} = \dot{\tilde{\varepsilon}} - \dot{K} \leq 0 \tag{9}$$

em que, a nomenclatura ($\dot{}$) indica variação ao longo do tempo.

A evolução do dano é obtida respeitando as condições de carregamento-descarregamento e de consistência por meio das seguintes relações:

$$\begin{aligned} \dot{D} &= 0 && \text{se } f = 0 \text{ e } \dot{f} < 0 \text{ ou } f < 0 \\ \dot{D} &= F(\tilde{\varepsilon}) \langle \dot{\tilde{\varepsilon}} \rangle_+ && \text{se } f = 0 \text{ e } \dot{f} = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

em que $F(\tilde{\varepsilon})$ é uma função contínua e positiva de $\tilde{\varepsilon}$.

Para descrever o comportamento diferente do material em relação à tração e à compressão sob um carregamento monotônico e contínuo, são calculadas duas variáveis de dano. A variável de dano à tração D_T e a variável de dano à compressão D_C são definidas, respectivamente, como:

$$D_T(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{\exp[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D0})]} \tag{11}$$

$$D_C(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{D0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_C}{\exp[B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D0})]} \quad (12)$$

onde: A_T e B_T são parâmetros característicos do material em tração uniaxial; A_C e B_C são parâmetros do material em compressão uniaxial.

Em relação aos parâmetros do modelo, considerando o concreto um material homogêneo, Mazars [5] realizou estudos experimentais e propôs: $0,7 \leq A_T \leq 1,0$; $1,0 \leq A_C \leq 1,5$; $10^4 \leq B_T \leq 10^5$; $10^3 \leq B_C \leq 2.10^3$ e $10^{-5} \leq \varepsilon_{D0} \leq 10^{-4}$.

Para um estado de tensão mais geral envolvendo tração e compressão:

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad (13)$$

Os coeficientes α_T e α_C (com $\alpha_T + \alpha_C = 1$) podem ser calculados, respectivamente, por:

$$\alpha_T = \sum_i H_i \frac{\varepsilon_{Ti}(\varepsilon_{Ti} + \varepsilon_{Ci})}{\tilde{\varepsilon}^2} \quad (14)$$

$$\alpha_C = \sum_i H_i \frac{\varepsilon_{Ci}(\varepsilon_{Ti} + \varepsilon_{Ci})}{\tilde{\varepsilon}^2} \quad (15)$$

com:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{Ti} + \varepsilon_{Ci} \quad (16)$$

$$H_i = 1 \quad \text{se } \varepsilon_i \geq 0 \quad \text{e} \quad H_i = 0 \quad \text{se } \varepsilon_i < 0 \quad (17)$$

3 Modelagem computacional do concreto

Nesta seção, apresenta-se resultados para validação da implementação do modelo de Mazars [5] em um código de elementos finitos. Em seguida, detalha-se o procedimento de homogeneização computacional para obter os campos macroscópicos (homogeneizados). Por fim, os EVRs investigados são apresentados, incluindo algumas considerações sobre as análises numéricas realizadas para obtenção do comportamento constitutivo homogeneizado.

3.1 Validação da implementação do modelo de Mazars

O modelo de Mazars [5] foi implementado em linguagem FORTRAN 90 utilizando a formulação da subseção 2.2. Para fins de validação da implementação, ensaios de tração e compressão uniaxiais são simulados para um corpo de prova de concreto. Os resultados obtidos no presente trabalho são comparados com os resultados numéricos da literatura [8, 9]. O corpo de prova é adotado com geometria quadrada, sendo o lado com comprimento de $L = 1$ m [9]. As malhas de cada análise são formadas por 450 elementos finitos triangulares de aproximação quadrática.

No ensaio de tração uniaxial é aplicado um deslocamento prescrito de tração com o valor de $\delta = 0,0005$ m (considerando 50 incrementos). Seguem as propriedades elásticas adotadas para a matriz: $Y = 32000$ MPa (módulo de Young) e $\nu = 0,2$ (coeficiente de Poisson). Os valores adotados para os parâmetros do modelo de Mazars são: $A_T = 0,984$; $B_T = 12916$; $A_C = 1,00$, $B_C = 1000$ e $\varepsilon_{D0} = 0,000108$. Os resultados da validação para o ensaio de tração uniaxial são mostrados na Figura 1(a) e apresentam boa concordância com os trabalhos da literatura comparados.

No ensaio de compressão uniaxial, aplica-se um deslocamento prescrito de compressão com o valor de $\delta = -0,005$ m (considerando 50 incrementos). Seguem as propriedades elásticas adotadas para a matriz: $Y = 32000$ MPa e $\nu = 0,2$. Os parâmetros do modelo de Mazars são: $A_T = 0,984$; $B_T = 12916$; $A_C = 0,95$, $B_C = 1800$ e $\varepsilon_{D0} = 0,000108$. Os resultados da validação para o ensaio

de compressão uniaxial são mostrados na Figura 1(b) e estão em conformidade com os trabalhos da literatura comparados.

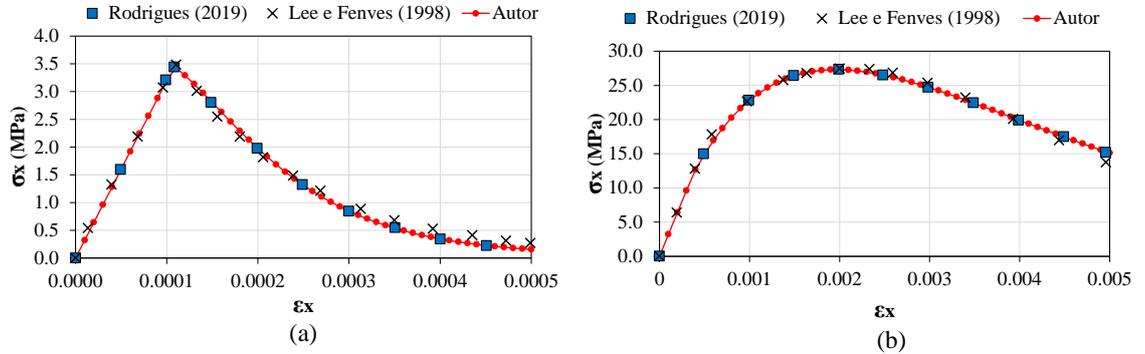


Figura 1: Validação dos resultados para: (a) tração uniaxial; (b) compressão uniaxial.

3.2 Procedimento de homogeneização computacional

A resposta constitutiva é obtida computacionalmente a partir dos campos em mesoescala computados com simulações numéricas em elementos finitos. O elemento triangular de 6 nós com 12 pontos de integração é empregado nas análises. Cabe destacar que no presente trabalho considera-se a condição de contorno de deformação homogênea (ver Eq. (4)). Neste caso, a deformação homogeneizada consiste na deformação homogênea imposta como condição de contorno no EVR ($E = E^*$). Já a tensão homogeneizada (Σ) pode ser obtida computacionalmente como:

$$\Sigma = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_{\text{elem}}} \sigma_i V_i, \quad (18)$$

em que: N_{elem} indica o número total de elementos finitos; σ_i é a tensão média no elemento i computada com os valores em seus pontos de integração; V_i é o volume do elemento i ; e V é o volume total inicial do EVR.

3.3 EVRs simulados

Em relação à composição do EVR, são consideradas duas fases: matriz e agregados. Os agregados (fração em volume f_i) são modelados com comportamento elástico com $Y_i = 60$ GPa e $\nu_i = 0,22$. Por sua vez, a matriz (fração em volume f_m) é governada pelo modelo de Mazars [5]. As propriedades elásticas da matriz são $Y_m = 20$ GPa e $\nu_m = 0,20$. Os demais parâmetros da matriz referentes ao modelo de Mazars são adotados como [1]: $A_T = 1,20$; $B_T = 15000$; $A_C = 1,00$; $B_C = 1555$; $\epsilon_{D0} = 0,0001$ m. Em particular, avalia-se o efeito da distribuição de agregados na matriz do EVR. Conforme a Figura 2, compara-se o EVR com um agregado centrado (malha com 3636 elementos) e o EVR com agregados distribuídos (malha com 21844 elementos). Ambos EVRs possuem lados de 100 mm, espessura unitária e $f_i = 0,4$. Para o EVR com inclusões distribuídas, as partículas foram criadas com dimensões aleatórias de acordo com a curva de Fuller, diâmetro máximo de 19 mm e diâmetro mínimo 2,36 mm [1]. O posicionamento usa o algoritmo desenvolvido por Vieira [10]. As análises são realizadas para Estado Plano de Tensão (EPT). Em ambos os EVRs, aplica-se apenas E_x (compressão), sendo $E_y = E_z = E_{xy} = E_{xz} = E_{yz} = 0$. Durante as análises, observou-se que ocorria instabilidade numérica no processo de solução para $D > 0,7$. Neste caso, realizou-se a limitação do dano nos pontos de integração em $D \leq 0,7$.

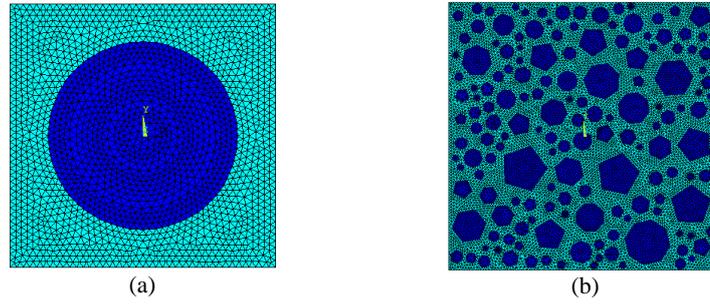


Figura 2: Malhas: (a) EVR com agregado centrado; (b) EVR com agregados distribuídos.

4 Resultados e discussão

Os resultados do comportamento constitutivo homogeneizado computacionalmente do concreto considerando o processo de danificação da matriz em mesoescala são mostrados na Figura 3. O resultado de simulações numéricas 3D considerando agregados distribuídos de geometria esférica é apresentado como referência [1]. A resposta elástica homogeneizada também é apresentada para fins de comparação. Na Figura 4 é mostrado o resultado final da evolução do dano em cada EVR.

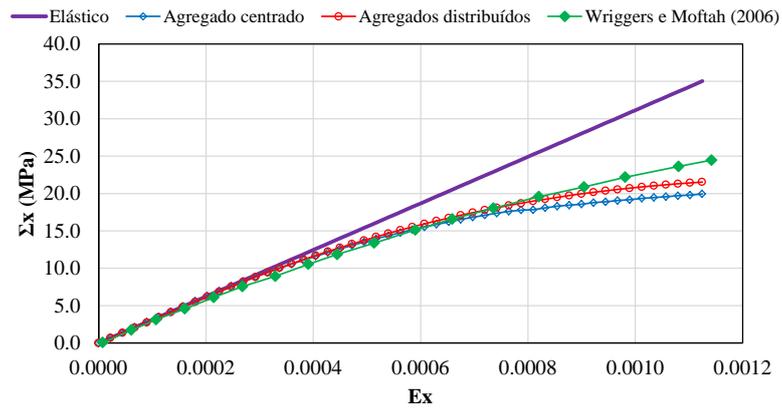


Figura 3: Comparação entre a resposta constitutiva homogeneizada de cada EVR.

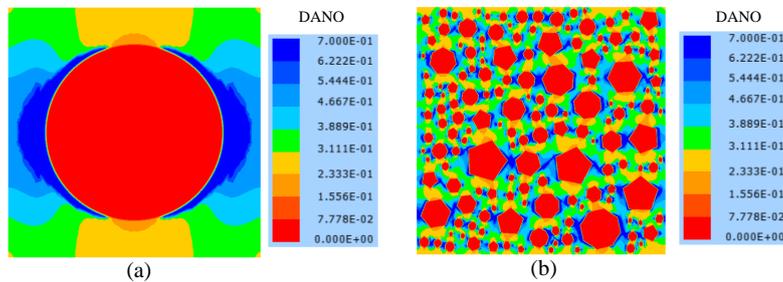


Figura 4: Dano: (a) EVR com agregado centrado; (b) EVR com agregados distribuídos.

O comportamento não-linear das curvas homogeneizadas é decorrente do processo de danificação da matriz, que resulta na perda de rigidez do compósito. O comportamento constitutivo homogeneizado do EVR com inclusões distribuídas é mais rígido em comparação com o EVR com uma inclusão centrada. Por outro lado, uma análise mais conclusiva deve compreender outras configurações de EVRs com distribuição aleatória. Os resultados são próximos da referência comparada [1]. É interessante destacar as regiões de localização de dano no EVR com inclusões distribuídas.

5 Considerações Finais

Neste trabalho, uma estratégia baseada em homogeneização computacional foi explorada para investigar o comportamento macroscópico do concreto com modelagem do processo de danificação em mesoescala. Os resultados numéricos do estudo de validação mostraram que o modelo de Mazars [5] foi implementado corretamente. De modo geral, as respostas obtidas são coerentes com o esperado. Notou-se que a limitação do dano nos pontos de integração consiste numa alternativa para evitar problemas numéricos. Os próximos passos de um trabalho futuro são modelar a interface matriz-agregados e também avaliar parâmetros do modelo de Mazars [5] adequados para análises em mesoescala. Isso contribuirá para capturar a *softening* na curva tensão-deformação.

Referências

- [1] P. Wriggers e S.O. Moftah. “Mesoscale models for concrete: Homogenisation and damage behaviour”. Em: **Finite Elements in Analysis and Design** 42 (7 2006), pp. 623–636.
- [2] L.A.F. Souza e R.D. Machado. “Numerical-computational analysis of reinforced concrete structures considering the damage, fracture and failure criterion”. Em: **IBRACON Structures and Materials Journal** (2013), pp. 101–120.
- [3] J. F. Unger e S. Eckardt. “Multiscale Modeling of Concrete”. Em: **Archives of Computational Methods in Engineering** 18 (3 2011), pp. 341–393.
- [4] L. Contrafatto, M. Cuomo e L. Greco. “Meso-scale simulation of concrete multiaxial behaviour”. Em: **European Journal of Environmental and Civil Engineering** 21.7-8 (2017), pp. 896–911.
- [5] J. Mazars. “Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure”. Thèse de Doctorat d’État. Paris: Université Paris 6, 1984.
- [6] J. F. W. Bishop e R. Hill. “XLVI. A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses.” Em: **Philosophical Magazine Series** 5 42 (327 1951), pp. 414–427.
- [7] J. Mandel. **Plasticité classique et viscoplasticité**. Udine, Italy: Springer, 1971, p. 187.
- [8] J. Lee e G.L. Fenves. “Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures”. Em: **Journal of Engineering Mechanics** 124 (8 1998), pp. 892–900.
- [9] M. A. Rodrigues. “Simulação numérica do comportamento de vigas de concreto protendido pós-tracionado”. Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas). São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2019, p. 123.
- [10] W. H. Vieira. “Sobre o estudo de modelos numéricos aplicados à simulação multiescala do comportamento de estruturas de concreto”. Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas). São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2021, p. 195.