Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Estudo teórico do método da secante e aplicação em problemas de empacotamento

Joaquim Gabriel Martins [1]
DEM/UEM, Maringá, PR
Anderson Ervino Schwertner[2]
PMA/UEM, Maringá, PR
Francisco Nogueira Calmon Sobral[3]
DMA/UEM, Maringá, PR

Dada uma função não linear $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, denominamos por raízes de f os pontos $x^* \in \mathbb{R}$ tais que $f(x^*) = 0$. Muitos problemas práticos necessitam, como sua parte principal ou secundária, a solução de uma equação não linear, como por exemplo problemas relacionados com eletricidade, engenharias e equações diferenciais [7]. Também necessita-se resolver equações não lineares como parte de algoritmos de otimização, como a busca linear em métodos de otimização irrestrita [6]. Quando a minimização de funções $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é considerada, a busca por pontos estacionários também pode ser vista como a busca por uma raiz de um sistema não linear. Métodos de pontos interiores utilizam essa ideia [8].

Para a tarefa de encontrar uma raiz de uma função de variáveis reais, o primeiro método que geralmente se utiliza é o método de Newton. O método de Newton é simples para ser implementado e possui uma taxa de convergência quadrática quando uma boa estimativa inicial é fornecida. A desvantagem de tal método é a necessidade da derivada de f. Em muitas aplicações, os usuários simplesmente não desejam calcular f' ou a expressão de f é oriunda de um experimento ou simulação. Aproximar f' através da estratégia de diferenças finitas pode não ser a solução ideal, pois aumenta o erro e necessita de muitas avaliações de função. Nesse sentido, estratégias que não utilizam a derivada são interessantes, dos quais o método da bisseção, seção áurea, posição falsa e secante são os mais conhecidos. Dentre eles, o método da secante possui a melhor taxa de convergência, conhecida como convergência superlinear.

Problemas de empacotamento são problemas práticos nos quais deseja-se alocar itens dentro de objetos maiores denominados contêineres. Diversos problemas de empacotamento podem ser modelados através de funções cujas derivadas são fáceis de serem calculadas [1, 3, 4]. Porém, há casos simples, como o caso de itens triangulares, que são difíceis para serem modelados como funções não lineares diferenciáveis. Nesses casos, procedimentos baseados em simulação podem ser a única estratégia de empacotamento. Sistemas não lineares já foram considerados para melhorar a qualidade dos empacotamentos. Em [2], o método de Newton foi aplicado em soluções de empacotamento de itens circulares em diversos tipos de contêineres, para identificar pontos de contato e melhorar a precisão.

Para que pudéssemos analisar o método da secante a partir de uma perpesctiva teórica, estudamos diversos resultados de análise real e cálculo numérico. Também comparamos os método da secante com outros concorrentes, como o método da falsa-posição, e realizamos uma revisão acerca

[1]ra117076@uem.br
[2]pg54133@uem.br
[3]fncsobral@uem.br

de algoritmos que buscam raízes. Por fim, desenvolvemos uma versão híbrida simplificada do método da secante adaptada para problemas de empacotamento, cuja implementação está disponível no repositório:

`https://github.com/joghue/m-todosecante`

A análise do resultados numéricos nos mostrou que o método da secante apresenta um bom desempenho, conseguindo resolver todos os problemas propostos em um número pequeno de iterações, com boa precisão e baixo custo computacional. A modelagem dos problemas via simulação de Monte Carlo também se mostrou competitiva, principalmente para objetos não-convexos, onde não conseguimos aproveitar a estrutura do problema para fornecer mais informações ao modelo. Contudo, as soluções obtidas por meio de Monte Carlo eram, em geral, muito otimistas, isto é, as respostas normalmente indicavam um deslocamento inferior ao da solução analítica, contudo ainda dentro da tolerância exigida para os valores de função. Como esperado, os resultados numéricos indicam que quanto mais informações conseguimos agregar ao modelo, como a convexidade dos objetos, melhor é o desempenho do método da secante.

Este trabalho contém resultados do projeto de iniciação científica do primeiro autor, vinculado ao programa PIC-UEM, disponível para consulta em [5].

Referências

[1] E. G. Birgin. "Applications of nonlinear programming to packing problems". Em: **Applications + Practical Conceptualization + Mathematics = fruitful Innovation** (2016), pp. 31–39. DOI: 10.1007/978-4-431-55342-7_3.

[2] E. G. Birgin e J. M. Gentil. "New and improved results for packing identical unitary radius circles within triangles, rectangles and strips". Em: **Computers & Operations Research** 37.7 (2010), pp. 1318–1327. DOI: 10.1016/j.cor.2009.09.017.

[3] E. G. Birgin, R. D. Lobato e J. M. Martínez. "Packing ellipsoids by nonlinear optimization". Em: **Journal of Global Optimization** 65.4 (2016), pp. 709–743. DOI: 10.1007/s10898-015-0395-z.

[4] E. G. Birgin e F. N. C. Sobral. "Minimizing the object dimensions in circle and sphere packing problems". Em: **Computers & Operations Research** 35.7 (2008), pp. 2357–2375. DOI: 10.1016/j.cor.2006.11.002.

[5] J. G. Martins, A. E. Schwertner e F. N. C. Sobral. **Estudo teórico do método da secante e aplicação em problemas de empacotamento**. Versão 1.0.0. Relatório contendo os resultados finais do projeto de iniciação científica vinculado ao programa PIC-UEM. 2021. DOI: 10.5281/zenodo.6321295. URL: https://doi.org/10.5281/zenodo.6321295.

[6] J. Nocedal e S. J. Wright. **Numerical optimization**. 2a. ed. Springer, 2006. ISBN: 978-0387-30303-1.

[7] M. A. G. Ruggiero e V. L. R. Lopes. **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2a. ed. Pearson Universidades, 2000. ISBN: 978-8534602044.

[8] S. J. Wright. **Primal-dual interior-point methods**. SIAM, 1997. ISBN: 978-0-89871-382-4.

