

Uma Abordagem de Resolução para o Problema de Fluxo de Potência Ótimo não Diferenciável com Restrições Disjuntivas e Acoplamento de Dispositivos FACTS

Marina V. Alencar¹

FEB/UNESP, Bauru, SP

Diego N. da Silva²

IFSP, Presidente Epitácio, SP

Edilaine M. Soler³

FC/UNESP, Bauru, SP

Resumo. O sistema elétrico de potência é um sistema complexo, que contém uma série de dispositivos controláveis que influenciam diretamente no seu desempenho. Devido a tal complexidade ferramentas computacionais têm sido cada vez mais utilizadas para auxiliar na operação de tais sistemas. Entre estas ferramentas, pode-se citar o Fluxo de Potência Ótimo (FPO), o qual pode ser modelado como um problema de otimização restrito, não linear e não convexo. No modelo de FPO adotado neste trabalho objetiva-se minimizar o custo de geração de potência ativa considerando os efeitos de ponto de carregamento de válvula (EPV), zonas de operação proibidas (ZOP), múltiplas opções de combustíveis (MOC) e operação de dispositivos FACTS, tornando-o um problema não diferenciável e com restrições disjuntivas. A fim de resolver este problema, esse trabalho propõe uma reformulação do modelo, que visa obter um problema não linear inteiro misto (PNLIM) equivalente e viável de ser resolvido por *solvers* de otimização. A viabilidade da proposta foi analisada por meio de testes numéricos, utilizando o sistema elétrico IEEE 30 barras.

Palavras-chave. Fluxo de potência ótimo, Zonas de operação proibidas, Múltiplos combustíveis, Dispositivos FACTS.

1 Introdução

O setor energético passa por alguns problemas estruturais, entre eles, aumento de demanda, falta de investimentos em construções para transmissão e distribuição de energia elétrica, baixa eficiência na qualidade de energia. A operação eficiente e segura de tais sistemas tornou-se uma tarefa complexa, exigindo o uso de ferramentas computacionais.

Dentre tais ferramentas, os métodos e modelos de otimização matemática desempenham papel relevante. Um destes modelos é o do problema de FPO, o qual é considerado um problema de otimização restrito, não linear e não convexo, cuja resolução devido a tais características é um grande desafio. A inclusão de outros aspectos do sistema elétrico de modo a tornar o modelo de FPO mais realista, tais como, zonas de operação proibidas, opções de combustível múltiplo e efeitos de ponto de carregamento de válvula trazem ainda mais dificuldades para o problema e podem resultar em intratabilidade ou falha em encontrar uma solução [3].

¹marina.valenca@unesp.br

²diego.nunes@ifsp.edu.br

³edilaine.soler@unesp.br

As restrições disjuntivas como ZOP e MOC, devido as suas características não podem ser tratadas diretamente pela maioria dos *solvers* de otimização. Adicionalmente, a não diferenciabilidade relacionada ao EPV requer um tratamento matemático adequado, já que a maioria dos *solvers* de otimização não linear dependem da diferenciabilidade da função objetivo. Portanto, um dos objetivos desse trabalho é a proposição de uma reformulação para tais restrições, de modo a obter um problema equivalente e viável de ser resolvido pelos *solvers*.

Além disso, este trabalho propõe a inserção de restrições que modelam a operação dos dispositivos FACTS (*Flexible Alternating Current Transmission Systems*) no sistema elétrico. Tais dispositivos possibilitam o controle no fluxo de potência, minimizando perdas, reduzindo falhas e mantendo tensões no nível desejado. Isso pode ser feito inserindo o dispositivo no sistema, a fim de controlar um ou mais parâmetros, como: corrente, tensão, ângulo de fase, impedância série e *shunt* [6].

Em suma, o modelo proposto neste trabalho visa minimizar o custo de geração de potência ativa, levando em consideração as restrições clássicas do problema de FPO, além dos EPV, as ZOP, MOC e atuação dos dispositivos FACTS. A modelagem matemática adotada possibilita a resolução do problema por meio de *solvers* de otimização para PNLIM.

O artigo está organizado da seguinte maneira: na Seção 2 são apresentadas as nomenclaturas do modelo matemático; a Seção 3 apresenta o problema de FPO considerando os EPV, ZOP e MOC; na Seção 4, descreve-se a abordagem de resolução proposta, bem como a modelagem dos dispositivos FACTS; na Seção 5 é apresentado o teste realizado com o sistema elétrico IEEE 30 barras; a Seção 6 apresenta as considerações finais deste trabalho.

2 Nomenclatura

Nesta seção apresenta-se a nomenclatura utilizada no modelo apresentado, tal como, os índices, as variáveis, os conjuntos e os parâmetros.

Índices		
k, m	Barras;	L_k Conjunto das barras diretamente conectadas à barra k ;
z	Zona de operação permitida;	L_{FACTS} Linhas de transmissão com dispositivos FACTS acoplado;
f	Tipo de combustível;	Variáveis
Conjuntos		P_k^G Potência ativa gerada na barra k ;
B	Conjunto de todas as barras;	$W_{k,z,f}$ Variável auxiliar para reformulação dos termos não-diferenciáveis associados aos pontos de válvula;
G	Conjunto das barras de geração;	$u_{k,z,f}$ Variável binária do status operacional do gerador situado na barra k , na zona de operação permitida z , com o combustível f ;
Z_k	Conjunto das zonas de operação do gerador situado na barra k ;	Q_k^G Potência reativa gerada na barra k ;
$F_{k,z}$	Conjunto dos combustíveis disponíveis para a zona de operação z do gerador situado na barra k ;	V_k Magnitude de tensão da barra k ;
B_T	Conjunto de ramos (k,m) com transformador;	θ_k Ângulo de tensão da barra k ;
B^{sh}	Conjunto das barras controladas por banco de capacitores <i>shunt</i> ;	t_{km} <i>Tap</i> do transformador em fase no ramo (k,m) ;

b_k^{sh}	Susceptância do banco de capacitores e reatores <i>shunt</i> na barra k ;	barra k , na zona de operação z , com o combustível f ;
X_{km}^{TCSC}	Reatância dos dispositivos FACTS no ramo (k, m) ;	$\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G$ Limite mínimo e máximo de potência ativa gerada pela barra k , na zona de operação z , com o combustível f ;
g_{km}	Condutância da linha modificada;	
b_{km}	Susceptância da linha modificada;	P_k^D, Q_k^D Potência ativa e reativa demandada na barra k ;
Parâmetros		
$a_{k,z,f}, b_{k,z,f}, c_{k,z,f}$	Coefficientes de custo da unidade geradora situado na barra k , na zona de operação permitida z , com o combustível f ;	$\underline{Q}_k^G, \overline{Q}_k^G$ Limite mínimo e máximo de potência reativa gerada na barra k ;
$e_{k,z,f}, f_{k,z,f}$	Coefficientes de custo do efeito de ponto de válvula do gerador situado na	$\underline{V}_k, \overline{V}_k$ Limite mínimo e máximo da magnitude de tensão na barra k ;
		X_{km} Parâmetro de reatância do ramo (k, m) ;

3 Formulação Matemática para o Problema de FPO

O modelo matemático para o problema de FPO com EPV, ZOP e MOC é apresentado abaixo.

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} (a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + |e_{k,z,f} \text{sen}(f_{k,z,f} (\underline{P}_{k,z,f}^G - P_k^G))|) \chi_{[\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G]}(P_k^G) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km} (V_k, \theta_k, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (2)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km} (V_k, \theta_k, t_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (3)$$

$$P_k^G \in \bigcup_{z \in Z_k} \bigcup_{f \in F_{k,z}} [\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G], \forall k \in G \quad (4)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \overline{Q}_k^G, \forall k \in G \quad (5)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \forall k \in B \quad (6)$$

$$\underline{t}_{km} \leq t_{km} \leq \overline{t}_{km}, \forall (k, m) \in B_T \quad (7)$$

$$\underline{b}_k^{sh} \leq b_k^{sh} \leq \overline{b}_k^{sh}, \forall k \in B^{sh} \quad (8)$$

A função objetivo (1) visa minimizar os custos de geração das unidades geradoras situadas na barra k , operando na zona de operação permitida z e utilizando o combustível do tipo f considerando os efeitos de ponto de carregamento de válvula, em que $\chi_{[\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G]}$ é uma função indicadora do intervalo, a qual assume o valor 1 se $P_k^G \in [\underline{P}_{k,z,f}^G, \overline{P}_{k,z,f}^G]$ e o valor 0, caso contrário; as restrições (2) e (3) representam as equações de balanço de potência ativa e reativa na barra k ; a restrição (4) está relacionada as regiões de operação permitidas da unidade geradora situada na barra k com seus respectivos combustíveis; em (5) tem-se os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa pelo gerador situado na barra k ; em (6) tem-se os limites mínimos e máximos

de magnitude de tensão na barra k ; (7) e (8) representam os limites mínimos e máximos de operação dos *taps* dos transformadores em fase e das susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores e reatores.

4 Modelo Proposto e Abordagem de Resolução

Esta seção apresenta a reformulação proposta para tratar as restrições de EPV, ZOP, MOC a fim de que possam ser resolvidas pelo *solver* de otimização e a modelagem dos dispositivos FACTS.

4.1 Tratamento das Restrições Disjuntivas e da Não Diferenciabilidade

As restrições disjuntivas (4) são reformuladas pela introdução de variáveis binárias $u_{k,z,f}$ bem como restrições expressas por (9) e (10) as quais conjuntamente garantem que a unidade geradora situada na barra k está operando em uma única zona permitida z com um único combustível f .

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \underline{P}_{k,z,f}^G \leq P_k^G \leq \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \bar{P}_{k,z,f}^G, \forall k \in G \quad (9)$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} = 1, \forall k \in G \quad (10)$$

Percebe-se que a função custo associada a cada tipo de combustível pode abranger uma ou mais zonas de operação, portanto, praticamente para cada tipo de combustível, várias regiões operacionais disjuntas podem ocorrer. A não diferenciabilidade relacionada ao EPV na função objetivo (1) foi tratada de acordo com [1]. Para tanto, adiciona-se a restrição (11) utilizando uma variável auxiliar que, posteriormente, substitui o módulo na função objetivo.

$$-W_{k,z,f} \leq e_{k,z,f} \text{sen}(f_{k,z,f} (P_{k,z,f}^G - P_k^G)) \leq W_{k,z,f}, \forall k \in G, \forall z \in Z_k, \forall f \in F_{k,z} \quad (11)$$

Dessa forma a função objetivo (1) é reformulada e substituída por (12):

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} \left[a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + W_{k,z,f} \right] u_{k,z,f} \quad (12)$$

4.2 Modelagem dos Dispositivos FACTS

Dentre os vários tipos de dispositivo FACTS existentes, o mais versátil e utilizado para compensação em série, e que será implementado nesse trabalho, é o compensador série controlado por tiristor (*Thyristor Controlled Series Compensator* - TCSC). Esse dispositivo é modelado como uma reatância variável em série que oferece condições ao sistema para alterar a reatância das linhas de transmissão modificando o fluxo de potência naquela linha [4]. O modelo de FACTS implementado neste artigo foi apresentado em [5], o qual supõe o TCSC como reatância variável em série com a impedância da linha.

Dessa forma, os parâmetros de condutância e susceptância nas linhas de transmissão que alocam esse dispositivo são transformados em variáveis do problema, pois agora dependem do valor variável da reatância do dispositivo TCSC, conforme as equações (13) e (14). Consequentemente as equações de fluxo de potência nessas linhas são modificadas.

$$g_{km} = \frac{R_{km}}{R_{km}^2 + (X_{km} - X_{km}^{TCSC})^2}, \forall (k, m) \in L_{FACTS} \quad (13)$$

$$b_{km} = \frac{-X_M}{R_{km}^2 + (X_{km} - X_{km}^{TCSC})^2}, \forall (k, m) \in L_{FACTS} \quad (14)$$

4.3 Modelo Proposto

A partir das reformulações propostas nas subseções 4.1 e 4.2, o problema (1) - (8) foi reformulado como (15) - (28) que pode ser resolvido diretamente por *solvers* de otimização.

$$\min \sum_{k \in G} \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} \left[a_{k,z,f} (P_k^G)^2 + b_{k,z,f} P_k^G + c_{k,z,f} + W_{k,z,f} \right] u_{k,z,f} \quad (15)$$

Sujeito a:

$$P_k^G - P_k^D - \sum_{m \in L_k} P_{km} (V_k, \theta_k, t_{km}, g_{km}, b_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (16)$$

$$Q_k^G - Q_k^D + b_k^{sh} V_k^2 - \sum_{m \in L_k} Q_{km} (V_k, \theta_k, t_{km}, g_{km}, b_{km}) = 0, \forall k \in B \quad (17)$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} P_{k,z,f}^G \leq P_k^G \leq \sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} \bar{P}_{k,z,f}^G, \forall k \in G \quad (18)$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{f \in F_{k,z}} u_{k,z,f} = 1, \forall k \in G \quad (19)$$

$$-W_{k,z,f} \leq e_{k,z,f} \text{sen} (f_{k,z,f} (P_{k,z,f}^G - P_k^G)) \leq W_{k,z,f}, \forall k \in G, \forall z \in Z_k, \forall f \in F_{k,z} \quad (20)$$

$$\underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \bar{Q}_k^G, \forall k \in G \quad (21)$$

$$\underline{V}_k \leq V_k \leq \bar{V}_k, \forall k \in B \quad (22)$$

$$g_{km} = \frac{R_{km}}{R_{km}^2 + (X_{km} - X_{km}^{TCSC})^2}, \forall (k, m) \in L_{FACTS} \quad (23)$$

$$b_{km} = \frac{-X_M}{R_{km}^2 + (X_{km} - X_{km}^{TCSC})^2}, \forall (k, m) \in L_{FACTS} \quad (24)$$

$$t_{km} \leq t_{km} \leq \bar{t}_{km}, \forall k, m \in B_T \quad (25)$$

$$\underline{b}_k^{sh} \leq b_k^{sh} \leq \bar{b}_k^{sh}, \forall k \in B^{sh} \quad (26)$$

$$\underline{X}_{km}^{TCSC} \leq X_{km}^{TCSC} \leq \bar{X}_{km}^{TCSC}, \forall (k, m) \in L_{FACTS} \quad (27)$$

$$u_{k,z,f} \in \{0, 1\}, \forall k \in G, \forall z \in Z_k, \forall f \in F_{k,z} \quad (28)$$

Nas equações de balanço de potência ativa e reativa (16) e (17), se a linha de transmissão não possuir um dispositivo FACTS acoplado, a condutância g_{km} e a susceptância b_{km} são consideradas como um parâmetro de linha, e se a linha de transmissão possuir um dispositivo acoplado g_{km} e b_{km} são variáveis definidas pelas restrições (23) e (24), respectivamente. A restrição (27) representa os limites mínimo e máximo da reatância variável do dispositivo FACTS.

5 Resultados e Discussões

Para validar a abordagem proposta, utilizou-se o sistema elétrico IEEE 30 barras. Esse sistema consiste de 30 barras (duas dessas com banco de capacitores e reatores *shunt*), 41 ramos (quatro desses com transformador) e 6 unidades geradoras nas barras 1, 2, 5, 8, 11 e 13 (todos com zonas de operação disjuntivas e dois tipos de combustíveis diferentes). Os três componentes TCSC estão localizados nas linhas (1, 3), (3, 4) e (2, 5) [5]. Os dados do sistema elétrico utilizados foram obtidos em [7]. Os dados de geração utilizados, como as zonas de operação permitidas, os tipos de combustíveis e seus respectivos parâmetros de custo foram obtidos em [3].

Considerou-se que os limites mínimo e máximo de magnitude de tensão para as barras de carga são 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente, enquanto que para as barras de geração são 0.95 p.u. e

1.1 p.u. Os valores adotados para os *taps* variáveis de todos os transformadores variaram de 0.90 a 1.1 p.u. Para a susceptância *shunt* do banco de capacitores/reatores da barra 10 adotaram-se os valores entre 0 p.u. e 0.19 p.u., enquanto que na barra 24 foram adotados valores entre 0 p.u. e 0.043 p.u. Para a reatância variável dos dispositivos FACTS alocados nas três linhas considerou-se os limites mínimo e máximo de -0.2 p.u. e 0.2 p.u.

O modelo proposto (15) - (28) foi implementado através da linguagem GAMS (*General Algebraic Modeling System*) e utilizou-se o solver para PNLIM BONMIN versão 36.2.0, disponível na plataforma virtual NEOS Server (*Network Enabled Optimization System*) [2], para sua resolução.

O tempo de resolução foi de 4.704 segundos. A Tabela 1 apresenta a solução obtida para o sistema IEEE 30 barras considerando o EPV, as ZOP, as MOC e os dispositivos FACTS. Observa-se que apenas o combustível do tipo 1 foi utilizado em todas as unidades geradoras.

Tabela 1: Potência ativa ótima gerada.

Unidade geradora	Barra	Potência ativa gerada (MW)	Tipo de combustível 1			Tipo de combustível 2
			ZO 1	ZO 2	ZO 3	ZO 1
1	1	140.0			*	
2	2	45.0		*		
3	5	25.8	*			
4	8	35.0		*		
5	11	22.6	*			
6	13	21.5	*			

Os valores obtidos na solução para os *taps* dos transformadores e para as susceptâncias *shunt* dos bancos de capacitores/reatores são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Valores obtidos para o *tap* dos transformadores e susceptâncias *shunt*.

Variável de Controle:	b_{10}^{sh}	b_{24}^{sh}	t_{6-9}	t_{6-10}	t_{4-12}	t_{28-27}
Valor obtido (p.u.):	0.172	0.043	1.077	0.914	0.962	0.967

Os valores obtidos para as reatâncias dos dispositivos FACTS das linhas de transmissão são apresentados na Tabela 3. O valor obtido para função custo foi de 715.661 (\$/h).

Tabela 3: Reatância X_{TCSC} dos dispositivos FACTS.

Linha de transmissão	Valor obtido (p.u.)
(1, 3)	-0.175
(3, 4)	0.200
(2, 5)	0.058

Logo, percebe-se que através da reformulação proposta neste trabalho, foi possível a obtenção de soluções de boa qualidade para o problema apresentado, utilizando *solvers* comerciais, com um tempo computacional viável. Obteve-se resultados coerentes quando comparado com o trabalho de [3], no qual não foi considerado o acoplamento dos dispositivos FACTS.

6 Considerações Finais

Esse trabalho propõe uma abordagem de resolução para o problema de FPO com ZOP e MOC por meio da reformulação das restrições disjuntivas e tratamento da não diferenciabilidade

da função objetivo, bem como a inclusão de restrições que modelam a operação dos dispositivos FACTS.

No modelo reformulado, variáveis de decisão binárias e contínuas auxiliares e um conjunto de restrições são utilizados para modelar as restrições disjuntivas e tratar a não diferenciabilidade da função objetivo. A introdução dos dispositivos FACTS no modelo reformulado é feita mediante a introdução de uma nova variável relacionada a reatância do mesmo.

A principal vantagem do modelo reformulado é a possibilidade de obtenção de soluções de boa qualidade para o problema, a partir da aplicação direta de *solvers* comerciais para PNLIM, considerando diversos aspectos operativos do sistema elétrico, em tempo computacional viável.

Os resultados numéricos obtidos para o sistema IEEE 30 barras mostraram-se coerentes quando comparados a trabalhos que resolveram modelos com restrições similares. Futuramente pretende-se aprimorar a reformulação proposta e realizar testes com os sistemas elétricos IEEE 118 e 300 barras.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Contou também com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico -CNPq - Processo nº: 314711/2020-1.

Referências

- [1] D. P. Bertsekas. “Nonlinear programming”. Em: **Journal of the Operational Research Society** 48.3 (1997), pp. 334–334. DOI: 10.1057/palgrave.jors.2600425.
- [2] E. D. Dolan. **The NEOS Server 4.0 Administrative Guide**. Technical Memorandum ANL/MCS-TM-250. Mathematics e Computer Science Division, Argonne National Laboratory, 2001.
- [3] M. P. Kasmaei et al. “Optimal power flow problem considering multiple-fuel options and disjoint operating zones: A solver-friendly MINLP model”. Em: **International Journal of Electrical Power & Energy Systems** 113 (2019), pp. 45–55. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.05.020.
- [4] S. Mahapatra e N. Malik. “A hybrid approach for secured optimal power flow and voltage stability with TCSC placement”. Em: **International Journal of Advanced Science and Technology** 89 (2017), pp. 1–8. DOI: 10.14257/ijast.2016.89.01.
- [5] E. Naderi, M. P. Kasmaei e H. Abdi. “An efficient particle swarm optimization algorithm to solve optimal power flow problem integrated with FACTS devices”. Em: **Applied Soft Computing** 80 (2019), pp. 243–262. DOI: 10.1016/j.asoc.2019.04.012.
- [6] S. Raj e B. Bhattacharyya. “Optimal placement of TCSC and SVC for reactive power planning using Whale optimization algorithm”. Em: **Swarm and Evolutionary Computation** 40 (2018), pp. 131–143. DOI: 10.1016/j.swevo.2017.12.008.
- [7] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez e R. J. Thomas. “MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education”. Em: **IEEE Transactions on Power Systems** 26.1 (2011), pp. 12–19. DOI: 10.1109/TPWRS.2010.2051168.