

Análise da Precisão de NARMAX na Identificação de Sistemas Não Lineares

Arthur F. S. Fernandes¹ Orlando F. Silva² Lucas M. M. Portal³ José D. Silva Neto⁴
UFPA, Belém, PA

No mundo real, não linearidades estão presentes em todos os processos, contudo, na obtenção de um modelo, deve-se estabelecer um compromisso entre a simplicidade do modelo e a precisão dos resultados. Nesse trabalho busca-se precisão [3].

Para tanto, é utilizada uma planta simulada, excitada por um sinal *Amplitude Modulated Pseudo Random Binary Sequence* (APRBS); os valores medidos são então utilizados para calcular um modelo *Nonlinear AutoRegressive Moving Average with Exogenous Inputs* (NARMAX) polinomial, utilizando os algoritmos *Error Reduction Ratio* (ERR) e *Orthogonal Least Squares* (OLS); a validação do modelo é feita por meio da análise da taxa *Root Mean Squared Error* (RMSE), gerando resultados satisfatórios.

A planta utilizada está descrita pela equação de diferenças (1), onde $e(k)$ é um ruído normalizado com média 0 e desvio padrão 0.05, $u(k)$ é um APRBS com período 50 s e $y(k)$ são os valores medidos. As simulações são realizadas no software *Matrix Laboratory* (MATLAB) [2].

$$y(k) = 0,1u(k-1) + 0,9y(k-1) + 0,01u(k-1)y(k-1) + e(k). \quad (1)$$

O modelo NARMAX busca determinar a saída do processo com uma combinação dos valores passados de saídas, entradas e ruídos aplicados a uma função não linear F. Neste trabalho utiliza-se a forma NARMAX polinomial, desta forma, os elementos de saída, entrada e ruído defasados são combinados e elevados até um grau l . Pode-se agrupar os valores passados de saídas, entradas e ruídos em uma matriz de regressores (2) e definir o modelo NARMAX polinomial como (3).

$$P = \begin{bmatrix} y(0) & u(0) & e(0) & y(0) & u(0) & \dots & e^l(0) \\ y(1) & u(1) & e(1) & y(1) & u(1) & \dots & e^l(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-1) & u(N-1) & e(N-1) & y(N-1) & u(N-1) & \dots & e^l(N-1) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$y(k) = \sum_{i=1}^M \theta_i p_i(k) + \xi(k) \quad \text{ou} \quad Y = P * \Theta + \Xi. \quad (3)$$

Os parâmetros são então agrupados no vetor Θ e os resíduos no vetor Ξ , sendo que os resíduos são calculados pela diferença entre a saída real e a previsão de um passo à frente ($\hat{y}(k|k-1)$), conforme ilustra a equação (4).

$$\xi(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1). \quad (4)$$

¹arthurengl.ufpa@gmail

²orfosi@ufpa

³lucasmano230@gmail.com

⁴jose.silva.neto@itec.ufpa.br

O estimador OLS apresenta um objetivo simples: ortogonalizar os regressores, de forma a torná-los imunes ao ruído de medição, além disto, também é possível estimar a contribuição individual de cada regressor à saída do modelo (ERR) [1].

Ao se utilizar OLS aliado ao ERR, o algoritmo permite a detecção do impacto de cada regressor, levando a uma redução dos parâmetros necessários para modelar o problema, este algoritmo é conhecido como *Forward Regression Orthogonal Least Squares* (FROLS) [1].

Ao final da simulação é retornado o modelo da planta conforme a equação (5).

$$y(k) = 0,096654u(k-1) + 0,902040y(k-1) + 0,009774u(k-1)y(k-1) + 0,000385u^2(k-1). \quad (5)$$

Para cada etapa do algoritmo (treino e validação) são gerados gráficos do valor previsto pelo modelo em comparação com a saída real, como ilustra a Figura 1, além da taxa RMSE calculada de acordo com a Equação (6). Em ambos os gráficos são apresentados os sinais sobrepostos, em que em azul tem-se a saída real e em vermelho a saída predita. Na Tabela 1 são apresentados os valores de RMSE obtidos. Percebe-se que os resultados obtidos são bastantes satisfatórios em termos de precisão.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{N}}. \quad (6)$$

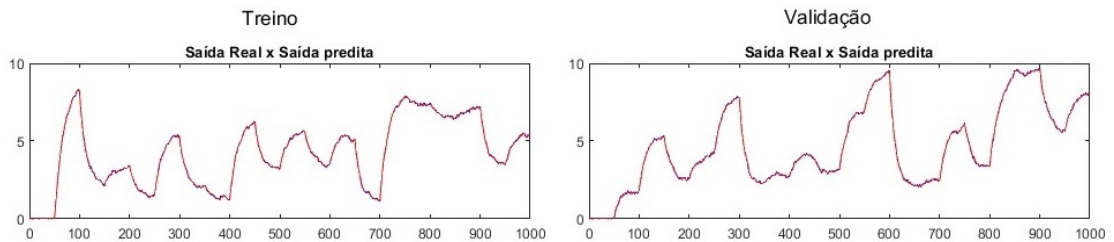


Figura 1: Gráficos de treino e validação do modelo

Tabela 1: Valores de RMSE.

Etapa	RMSE
Treino	0,048873
Validação	0,048037

Referências

- [1] Stephen A Billings. **Nonlinear System Identification NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains**. 1. ed. Pondicherry: Wiley, 2013. ISBN: 9781119943594.
- [2] MATLAB. **version 9.7.0.1190202 (R2019b)**. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2019b.
- [3] Katsuhiko Ogata. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. ISBN: 9788576058106.