Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Variação da dimensão do Subespaço de Krylov no GMRES

Gustavo A. Lima[1]
Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES
Werley G. Facco[2]
Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES
Alex S. Moura[3]
Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG

1 Introdução

Para o emprego do Método dos Resíduos Mínimos Generalizado (GMRES) [2] na resolução de sistemas lineares, faz-se necessário definir a dimensão do Subespaço Vetorial de Krylov (K_k), geralmente obtida via tentativa e erro [1]. O objetivo desse trabalho foi avaliar o efeito da variação da dimensão de K_k durante o processo iterativo no desempenho do GMRES quando aplicado no sistema linear subproduto do Método de Elementos Finitos Generalizado (MEFG).

2 Formulação

Foi analisado um sistema linear oriundo da aplicação do MEFG em problema de espalhamento de onda eletromagnética com frequência de 2 GHz em domínio retangular com dois materiais distintos separados por uma interface, utilizando $q = 18$ funções de enriquecimento por ondas planas. O sistema resultante é mal-condicionado, esparso e simétrico.

Duas estratégias de variação da dimensão da base de K_k foram realizadas, utilizando $0,001$ como tolerância para a norma do resíduo do sistema linear. No primeiro teste, a dimensão da base começava com 160 vetores e tinha um acréscimo de 5 dimensões quando a redução do resíduo entre iterações consecutivas ficava abaixo de $0,01$ (sem que haja mais de um aumento a cada três iterações), e foi denominado de GMRES-A; para o segundo, alterou-se a tolerância da redução do resíduo entre as iterações para $0,0001$, sendo denominado GMRES-B. O sistema linear também foi solucionado com 160, 180 e 210 vetores sem variar a dimensão da base vetorial, e foram nomeados, respectivamente, de GMRES(160), GMRES(180) e GMRES(210).

3 Resultados e discussão

As estratégias GMRES-A e GMRES-B convergiram com, respectivamente, 210 e 180 vetores em K_k. Ambas consumiram um tempo de computação menor do que as técnicas que não variam a dimensão da base. Embora o GMRES-A necessite de mesma quantidade de espaço de armazenamento que o GMRES(210), o tempo de computação daquele foi 13,28% menor que o tempo

[1]2001gustavoalves@gmail.com
[2]werleyfacco@ifes.edu.br
[3]alexsmoura100@gmail.com

deste. O mesmo comportamento ocorreu entre o GMRES-B e GMRES(180), apresentando redução de 61,16% no tempo de computação. Tais resultados podem ser observados na Tabela 1. A convergência na resolução do sistema linear pode ser vista na Fig. 1.

Tabela 1: Resultados obtidos com o uso do GMRES na simulação via MEFG.

	GMRES-A	GMRES-B	GMRES (160)	GMRES (180)	GMRES (210)
Resíduo absoluto	$0,99 \cdot 10^{-3}$	$1,00 \cdot 10^{-3}$	$0,99 \cdot 10^{-3}$	$1,00 \cdot 10^{-3}$	$0,97 \cdot 10^{-3}$
Tempo de resolução do sistema linear	23,70	26,65	39,82	68,61	27,33
Iteração	35	47	73	50	32
Erro da parte real no MEFG	0,0084	0,0084	0,0084	0,0084	0,0084
Erro da parte imaginária no MEFG	0,0092	0,0092	0,0092	0,0092	0,0092
Erro total no MEFG	0,0140	0,0140	0,0140	0,0140	0,0140

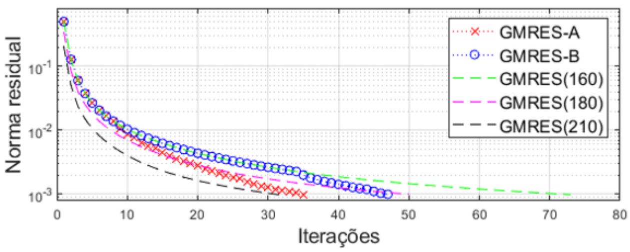

Figura 1: Variação da norma residual do sistema linear conforme iteração

4 Conclusão

A variação da dimensão da base durante a resolução mostrou-se benéfica, pois aproveita do baixo tempo de computação das bases pequenas e da redução expressiva da norma residual das bases maiores, afirmando o trabalho [**1**]. Comparando os pares de mesmo espaço de armazenamento, houve redução do tempo de computação, o que torna as adaptações de menor custo computacional.

Agradecimentos

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG, CNPq e CAPES.

Referências

[1] T. T. Gonçalez. “Algoritmo adaptativo para o método GMRES(m).” Dissertação de mestrado. Universidade federal do Rio Grande do Sul., 2005.

[2] Y. Saad. **Iterative Methods for sparse linear systems**. 2a. ed. 2003.