Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Análise de deformação em chapas com fronteira curva usando grupo de Elementos Finitos pré-estabelecidos

Carlos Roberto A. Barcellos[1]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais – Propemm, IFES, Vitória, ES
Gustavo A. Lima[2]
Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES
Werley G. Facco[3]
Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES
Alex S. Moura[4]
Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG
Estéfano A. Vieira[5]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais – Propemm, IFES, Vitória, ES

Na implementação do Método de Elementos Finitos (MEF), pode ocorrer erro de aproximação ao cobrir o domínio computacional com malhas de elementos finitos [3]. Este trabalho visa utilizar alguns elementos finitos com curvaturas conhecidas para melhor aproximar contornos reais suaves em partes e reduzir o erro de aproximação ao cobrir o domínio computacional do problema.

Nesta proposta, Ω_e^T é um elemento intermediário no mapeamento entre o elemento finito físico (Ω_e) e o de referência (Ω_e^R), Fig. 1. O mapeamento $\boldsymbol{\psi}$, Equação 1, associa Ω_e e Ω_e^T. O mapeamento $\boldsymbol{\phi}$, Equação 2, leva Ω_e^T em Ω_e^R e depende de $c(\theta)$, fronteira curva de Ω_e^T em coordenadas polares.

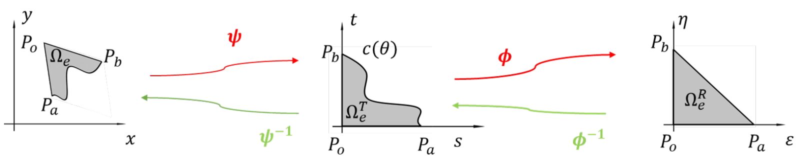

Figura 1: Mapeamentos entre o elemento físico (Ω_e), intermediário (Ω_e^T) e de referência (Ω_e^R).

$$\boldsymbol{\psi}(x,y) = \frac{1}{\alpha}\left\{\begin{bmatrix} y_b - y_o & x_o - x_b \\ y_o - y_a & x_a - x_o \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_o(y_o - y_b) - y_o(x_b - x_o) \\ x_o(y_a - y_o) - y_o(x_a - x_o) \end{bmatrix}\right\} \tag{1}$$

em que $\alpha = (x_a - x_o)(y_b - y_o) - (x_b - x_o)(y_a - y_o)$.

$$\boldsymbol{\phi}(s,t) = \begin{bmatrix} s\frac{\sqrt{s^2+t^2}}{c(\theta)\cdot(s+t)} \\ t\frac{\sqrt{s^2+t^2}}{c(\theta)\cdot(s+t)} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Os elementos da matriz de rigidez do MEF são obtidos pela Equação 3, em que N_a e N_b são funções de forma; e x_1 e x_2 são quaisquer das coordenadas x ou y [2]. Pela regra da cadeia, tem-se

[1]barcelllo@gmail.com
[2]2001gustavoalves@gmail.com
[3]werleyfacco@ifes.edu.br
[4]alexsmoura100@gmail.com
[5]estefanovieira@gmail.com

a Equação 4, em que $s_1 = s$, $s_2 = t$, $\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = \eta$, $|J_\psi|$ é o Jacobiano de $\boldsymbol{\psi}$ e $A_{(i,j,k,l)}$ segue a Equação 5. Como $A_{(i,j,k,l)}$ depende apenas do mapeamento $\boldsymbol{\phi}$ e das funções de forma definidas em Ω_e^R, podem ser inseridos como parâmetros de entrada desde que conhecido $c(\theta)$.

$$K_{(m,n)} = \int \frac{\partial N_a}{\partial x_1}\frac{\partial N_b}{\partial x_2} d\Omega \tag{3}$$

$$\int \frac{\partial N_a}{\partial x_1}\frac{\partial N_b}{\partial x_2} d\Omega = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{2}\left(A_{(i,j,k,l)}|J_\psi|\frac{\partial s_j}{\partial x_1}\frac{\partial s_l}{\partial x_2}\right) \tag{4}$$

$$A_{(i,j,k,l)} = \int \frac{\partial N_a(s,t)}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial N_b(s,t)}{\partial \varepsilon_k}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial s_j}\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial s_l} d\Omega_e^T \tag{5}$$

Foram gerados $A_{(i,j,k,l)}$ para 13 geometrias de Ω_e^T, cada qual com um arco de circunferência na região curva. Dado um ponto na fronteira curva em Ω_e, foi selecionado o elemento intermediário cuja circunferência mais se aproximava desse ponto mapeado por ψ. Fez-se a análise de deformações em chapas conforme [2]. O domínio computacional é uma chapa quadrada tensionada com um furo central de contorno irregular. Para uma mesma malha, foi simulado o problema com a adaptação e com todos os elementos triangulares. O erro calculado foi o erro relativo da norma $L_2(\Omega)$, conforme [1]. A proposta gerou redução do erro de até 32, 39% e 36, 00% nos deslocamentos em x e y, respectivamente. Houve acréscimo de tempo, mas o erro obtido pela adaptação foi similar à esperada na análise padrão para um mesmo tempo de computação, conforme Fig. 2. Logo, a proposta auxilia na redução do número de graus de liberdade.

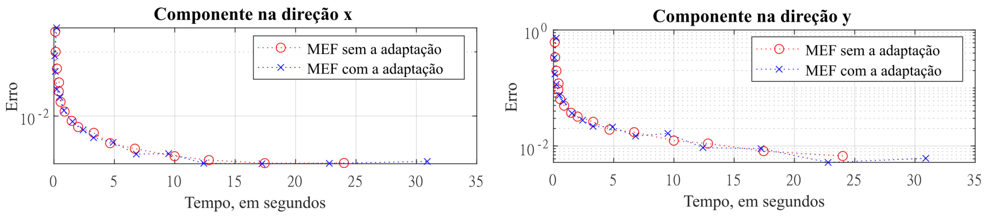

Figura 2: Variação do erro no cálculo dos deslocamentos conforme tempo de computação.

Portanto, a proposta reduziu a discrepância na representação do domínio computacional e no erro encontrado na simulação. O acréscimo de tempo pouco compromete a eficácia do trabalho. A proposta tende a ser melhor aproveitada quando aplicada no MEFG ou no MEF com funções de alta ordem, uma vez que tais métodos são melhor empregados em malhas mais grossas.

Agradecimentos

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG, CNPq e CAPES.

Referências

[1] W. G. Facco. "Tratamento de descontinuidade de material no Método de Elementos Finitos Generalizado". Tese de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, 2012.

[2] N. KIM e B. V. SANKAR. **Introduction to Finite Element Analysis and Design**. 2012.

[3] R. Sevilha. "UHDG-NEFEM for two dimensional linear elasticity". Em: **Computers Structures** (2019), pp. 69–80.

