Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Resultados numéricos da formulação natural do tensor aplicada ao escoamento do fluido sPTT com escorregamento

Fabiano R. Neto[1]
ICMC, São Carlos, SP
Cassio M. Oishi[2]
FCT-Unesp, Presidente Prudente, SP

Escoamentos com singularidades geométricas como a expansão abrupta e o *cross-slot*, por exemplo, apresentam dificuldades no cálculo do tensor polimérico nas proximidades dessas singularidades (ou quinas) justamente pela mudança repentina nas condições de contorno. Assim, Renardy [10] propôs a Formulação Natural do Tensor (NSF - *Natural Stress Formulation*), com o objetivo de evitar tais instabilidades, ao representar o tensor numa base *natural* alinhada às linhas de corrente do escoamento para o caso estacionário. Evans e Oishi [2] apresentam resultados para o caso transiente em que a NSF tem melhor desempenho em relação à formulação tradicional (CSF - *Cartesian Stress Formulation*) no cálculo citado, inclusive para a pressão. Desta forma, o escoamento é modelado pelas equações de Navier-Stokes e o modelo constitutivo adotado é o sPTT (*simplified Phan-Thien–Tanner*) [9], para o qual tem-se o conjunto de equações em termos das variáveis naturais da formulação NSF escrito como

$$\left[\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{2\mu}{|\mathbf{u}|^2}\left(v\frac{\partial u}{\partial t} - u\frac{\partial v}{\partial t}\right) + |\mathbf{u}|^2(\mathbf{u}\cdot\nabla)\left(\frac{\lambda}{|\mathbf{u}|^2}\right) + 2\mu|\mathbf{u}|^2\nabla\cdot\mathbf{w}\right] + \frac{\alpha(\lambda-1)}{Wi} = 0, \tag{1}$$

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial t} + \left(\frac{\lambda-\nu}{|\mathbf{u}|^2}\right)\left(u\frac{\partial v}{\partial t} - v\frac{\partial u}{\partial t}\right) + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mu + \nu|\mathbf{u}|^2\nabla\cdot\mathbf{w}\right] + \frac{\alpha\mu}{Wi} = 0, \tag{2}$$

$$\left[\frac{\partial \nu}{\partial t} + \frac{2\mu}{|\mathbf{u}|^2}\left(u\frac{\partial v}{\partial t} - v\frac{\partial u}{\partial t}\right) + \frac{1}{|\mathbf{u}|^2}(\mathbf{u}\cdot\nabla)(\nu|\mathbf{u}|^2)\right] + \frac{\alpha(\nu-1)}{Wi} = 0, \tag{3}$$

onde $\alpha = 1 + \varepsilon(\lambda - 2 + \nu)$ e

$$|\mathbf{u}|^2\nabla\cdot\mathbf{w} = \frac{1}{|\mathbf{u}|^2}\left[(v^2-u^2)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + 4uv\frac{\partial u}{\partial x}\right], \mathbf{w} = \frac{1}{|\mathbf{u}|^2}(-v,u)^{\intercal}. \tag{4}$$

A condição de contorno do tipo não deslizamento (*no-slip*) é comumente empregada na simulação de diversos escoamentos, porém há escoamentos em que não é válida, como é o caso de alguns fluidos não-Newtonianos, escoamento eletrosmótico e processos biológicos [3], por exemplo. Em particular, para fluidos não-Newtonianos, os artigos de revisão [1] e [11] examinam as ferramentas para a imposição da condição de contorno com escorregamento. Com a ideia de que um fluido pode deslizar sobre uma superfície sólida, Navier [8] apresentou a seguinte expressão denominada *Lei de escorregamento Navier linear*

$$\mathbf{u}_{parede} = -k\{\mathbf{n}\cdot(2\beta\mathbf{D}+\mathbf{T}) - [[\mathbf{n}\cdot(2\beta\mathbf{D}+\mathbf{T})]\cdot\mathbf{n}^{\intercal}]\,\mathbf{n}\}. \tag{5}$$

[1]fabiano.neto@usp.br
[2]cassio.oishi@unesp.br

com a qual é possível obter a velocidade na parede. Em (5), k é o coeficiente de fricção que controla a velocidade de escorregamento na parede, $\mathbf{n}$ é o vetor normal à parede, β a razão entre a viscosidade do solvente e a viscosidade total e $\mathbf{T}$ o tensor polimérico.

Trabalhos como [5], [6] e [7] abordam escoamentos de fluidos viscoelásticos em que estão presentes singularidades de tensão e condições de contorno com deslizamento na parede. Isso justifica a combinação da formulação alternativa, NSF, às condições de contorno do tipo *slip*, o que favorecerá a obtenção de soluções mais precisas para esses escoamentos.

Neste contexto, foram realizadas simulações para a geometria de expansão abrupta de proporção 1:4, com a combinação referida, para malha não-uniforme, o que possibilita soluções mais acuradas nas regiões de interesse. Inicialmente, o código foi validado para a CSF com resultados de Ferrás et al. [4]. Os resultados das simulações indicam melhora na estabilidade de casos com $\beta = 1/9$ e prevalência de vórtices nos casos da formulação NSF com a variação do coeficiente k. Além disso, a mudança nos valores desse coeficiente influencia significativamente os perfis das variáveis do escoamento, como esperado, próximo das paredes e também no interior dos canais.

Referências

[1] M. M. Denn. "Extrusion instabilities and wall slip". Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 33.1 (2001), pp. 265–287.

[2] J. D. Evans e C. M. Oishi. "Transient computations using the natural stress formulation for solving sharp corner flows". Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 249 (2017), pp. 48–52.

[3] L. L. Ferrás. "Theoretical and numerical studies of slip flows". Universidade do Minho, 2012.

[4] L. L. Ferrás et al. "Newtonian and viscoelastic fluid flows through an abrupt 1:4 expansion with slip boundary conditions". Em: **Physics of Fluids** 32 (2020), p. 043103.

[5] L. L. Ferrás *et al.* "A numerical and theoretical study on viscoelastic fluid slip flows". Em: **Physics of Fluids** 29.5 (2017), p. 053102.

[6] L. L. Ferrás *et al.* "Slip flows of Newtonian and viscoelastic fluids in a 4:1 contraction". Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 214 (2014), pp. 28–37.

[7] Y. Kwon. "Numerical modelling of two-dimensional melt fracture instability in viscoelastic flow". Em: **Journal of Fluid Mechanics** 855 (2018), pp. 595–615.

[8] C. L. M. H. Navier. "Memoire sur les lois du mouvement des fluides". Em: **Mémoires de l'académie royale des sciences de l'institut de france** 6 (1822), pp. 389–440.

[9] N. Phan-Thien; R. I. Tanner. "A new constitutive equation derived from network theory". Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 2 (1977), pp. 353–365.

[10] M. Renardy. "How to integrate the upper convected Maxwell (UCM) stresses near a singularity (and maybe elsewhere, too)". Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 52.1 (1994), pp. 91–95.

[11] T. Sochi. "Slip at fluid-solid interface". Em: **Polymer Reviews** 51.4 (2011), pp. 309–340.