

Otimização do posicionamento das fontes virtuais para resolver problemas de elasticidade com o MSF

Fabrcio Magalhães Coutinho¹
 Antonio Carlos da Silva²
 Iago de Carvalho Abalada³
 Wilian Jeronimo dos Santos⁴
 Edivaldo Figueiredo Fontes Junior⁵
 DEMAT/UFRRJ, Seropédica, RJ

O Método das Soluções Fundamentais (MSF), inicialmente introduzido por [2], visa aproximar a solução do problema a partir de uma combinação linear das soluções fundamentais, de forma que, para evitar as singularidades e garantir a aproximação, os pontos fontes, conhecidos neste contexto como fontes virtuais, estão posicionados fora do domínio do problema. Os coeficientes desta combinação linear são chamados comumente de intensidade das fontes virtuais, sendo determinados pela imposição das condições de contorno.

O MSF é um método sem-malha e, por ser tratar de um método de contorno, a não-linearidade, em geral, surge nos casos em que as condições de contorno são não lineares. Contudo, uma das vantagens do método, recorrente nos métodos de colocação, consiste em escolher o posicionamento ótimo das fontes virtuais.

A versão não-linear do MSF surge quando a localização das fontes virtuais não é fixada e sim determinada juntamente com as intensidades \mathbf{d} . Com isso, não é necessário montar a matriz mal-condicionada do MSF. Porém, o algoritmo de minimização não-linear tem um alto custo computacional dependendo da quantidade de incógnitas.

A formulação não-linear do MSF considera soluções aproximadas \tilde{u}_j e \tilde{p}_j da seguinte forma [1]

$$\tilde{u}_j(\mathbf{d}, \boldsymbol{\xi}, c; x) = \sum_{n=1}^N [u_{ij}^*(\xi_n, x) + c] d_i \quad (1)$$

$$\tilde{p}_j(\mathbf{d}, \boldsymbol{\xi}; x) = \sum_{n=1}^N [p_{ij}^*(\xi_n, x)] d_i \quad (2)$$

onde u^* e p^* são as soluções fundamentais do problema e as variáveis de projeto são a constante arbitrária c , representando um movimento de corpo rígido que pode ser somado à solução fundamental sem prejuízo da sua interpretação teórica, $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)$, que representa as intensidades das fontes virtuais; e $\boldsymbol{\xi}$, que é a posição das fontes virtuais.

Impondo-se as condições de contorno, as incógnitas podem ser determinadas pela minimização de um funcional $F(\mathbf{d}, \boldsymbol{\xi}, c)$, a partir da formulação de um problema de mínimos quadrados não-linear. Neste trabalho, propõe-se uma minimização realizada pelo algoritmo de Levenberg-Marquardt, implementado no MINPACK [3].

¹fabricio.mrj@hotmail.com

²antonionet1230@gmail.com

³iagoabalada@gmail.com

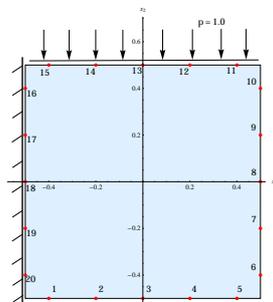
⁴wilianj@ufrj.br

⁵edivaldofontes@ufrj.br

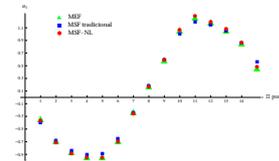
Um problema de elasticidade linear estática representado pela Fig. 1a é resolvido nesta seção utilizando o MSF em sua versão não-linear dada na Eq. 1. Inicialmente as fontes virtuais são distribuídas em volta do contorno com uma distância fixa d (Fig. 1b), as intensidades d_j e a constante c são todas iguais a zero. E o número de pontos do contorno é sempre duas vezes maior do que o número de fontes virtuais.

A solução para o problema descrito na Fig. 1a é comparada com a solução obtida pelo MEF utilizando 200 000 elementos finitos quadriláteros bilineares e com a solução do MSF tradicional com as fontes virtuais fixas a uma distância d do contorno. É utilizado um conjunto de 20 pontos representando o contorno do problema e 10 fontes virtuais tanto para o MSF tradicional quanto para o MSF não-linear. Nas Figuras 1b e 1c pode-se verificar a melhora da solução em relação ao MSF tradicional e a ótima aproximação da solução em comparação com a solução do MEF ao se utilizar a versão não-linear modificada do MSF aqui apresentada. Na Fig. 1d pode-se verificar a posição final ótima para as fontes virtuais.

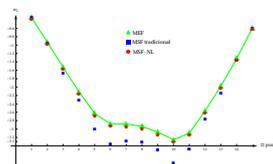
Os resultados dos testes iniciais mostram-se promissores, assim outros tipos de regularizações para a versão não-linear do MSF serão estudadas bem como possível validação numérica da atual.



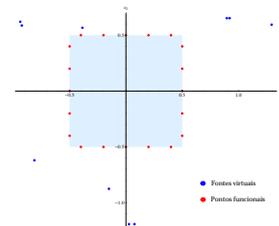
(a) Representação do problema.



(b) Deslocamento na direção de x_1 para o exemplo 1.



(c) Deslocamento na direção de x_2 para o exemplo 1.



(d) Posição final das fontes virtuais.

Referências

- [1] G. Fairweather e A. Karageorghis. “The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems”. Em: **Advances in Computational Mathematics** 9.1 (1998), pp. 69–95.
- [2] V. D. Kupradze e Merab Aleksandrovich Aleksidze. “The method of functional equations for the approximate solution of certain boundary value problems”. Em: **Ussr Computational Mathematics and Mathematical Physics** 4 (1964), pp. 82–126.
- [3] Jorge J Moré, Burton S Garbow e Kenneth E Hillstrom. **User guide for minpack-1.[in fortran]**. Rel. técn. Argonne National Lab., IL (USA), 1980.